

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA – BARCELONATECH
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS
Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN)

Sistemas Avanzados de Producción. Equilibrado de líneas de producción I

SISTEMAS AVANZADOS DE PRODUCCIÓN 240EO316 – Máster Universitario en Ingeniería de Organización
(240MUEO) - ETSEIB

Joaquín Bautista-Valhondo

OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2018/32 240EO316 (20180419) - <http://futur.upc.edu/OPE-PROTHIUS> - www.prothius.com -
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC



PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

SAP' 18 – ALBP (I) 0

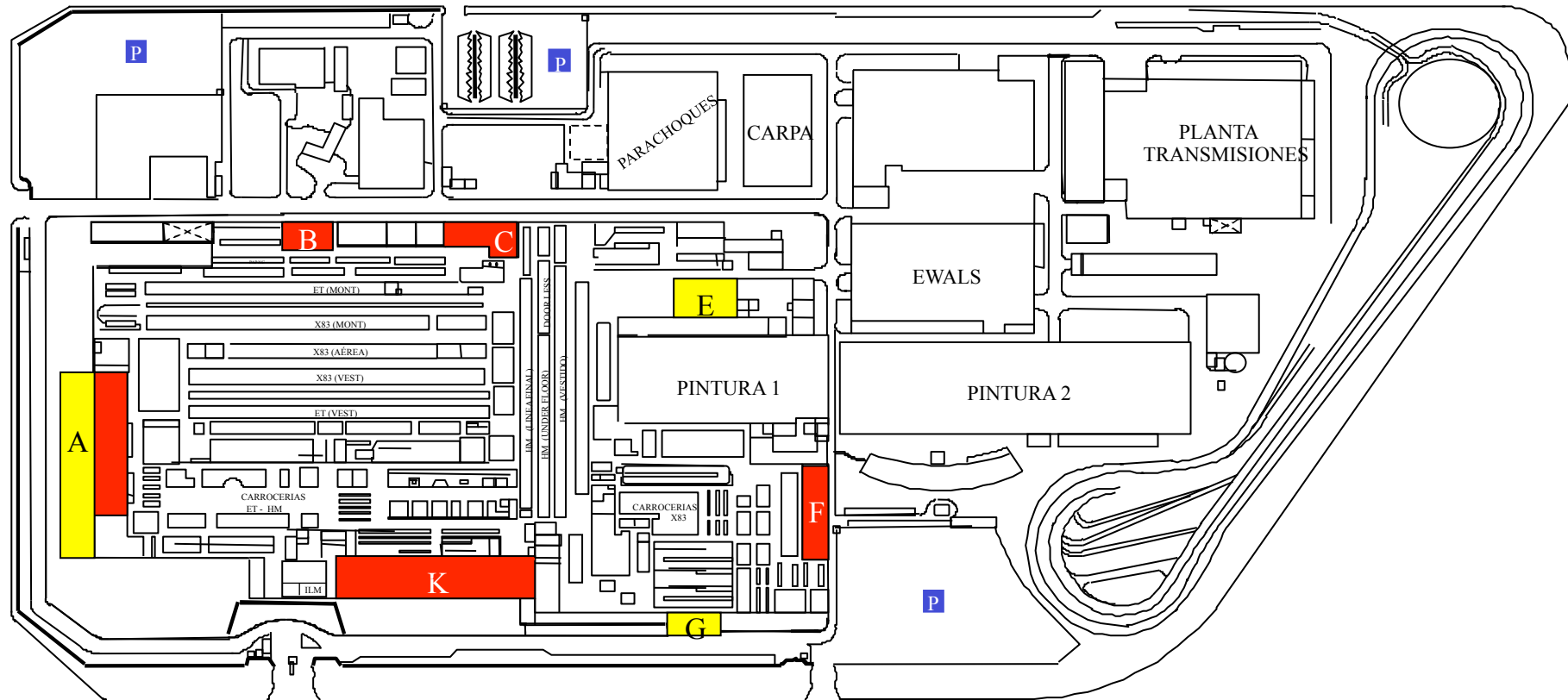
J. Bautista

Contenido

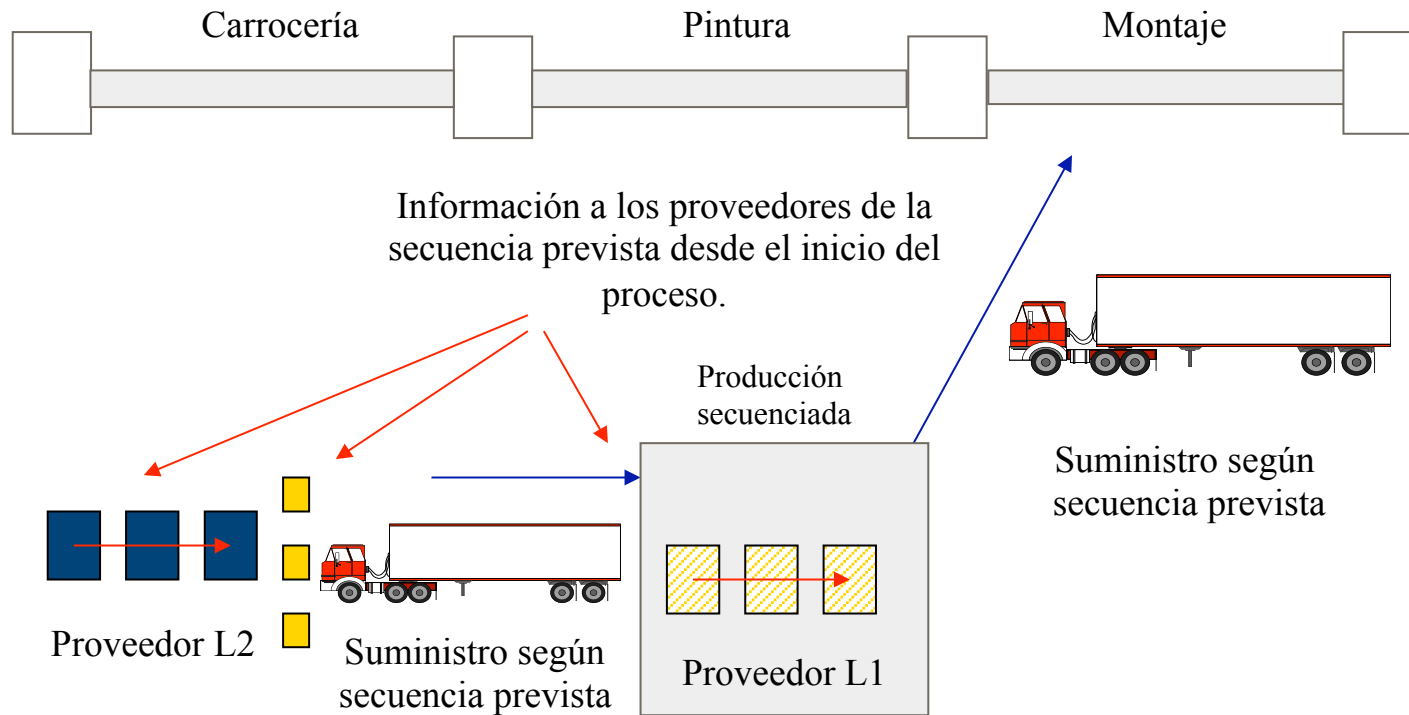
- Entorno : Planta de fabricación, procesos, líneas y suministro
- Líneas de producción. Antecedentes y ejemplos
- Líneas de producción · Tipología
- Problemas de equilibrado de líneas. Elementos
- Problemas de equilibrado de líneas. Descripción y Clasificación
- Problemas de equilibrado de líneas. SALBP y Eficiencia
- Ejemplo 1. Presentación
- Modelos SALBP. Hipótesis, objetivos y formulación SALBP-1, SALBP-2, SALBP-E y SALBP-F.
- Modelos SALBP. Cotas inferiores
- Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas
- Ejemplo 1. Resolución HB-1
- Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones



Entorno (1): Planta de fabricación

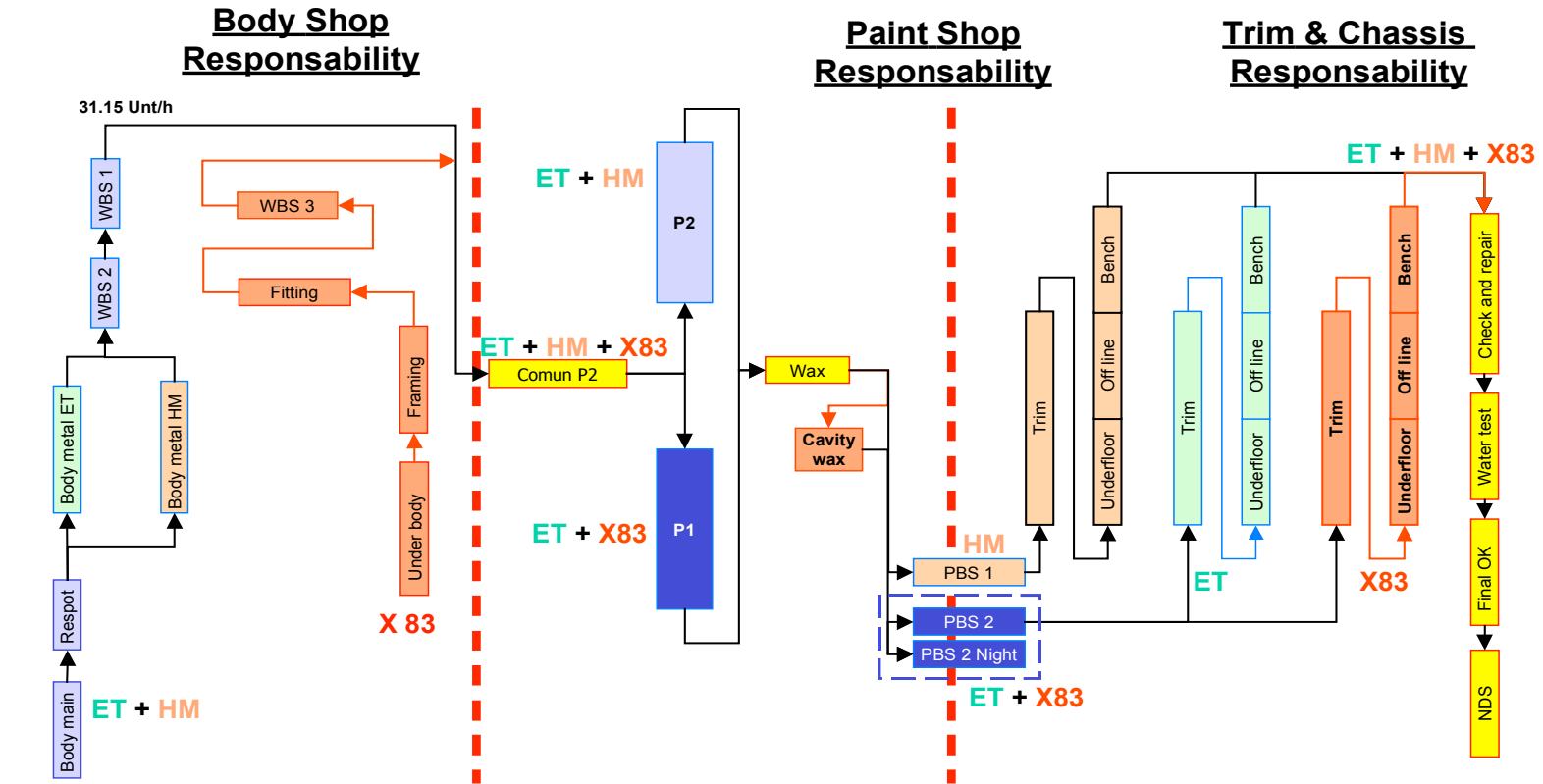


Entorno (2): Procesos



Entorno (3): Líneas

Global management of the vehicle's flow.



NISSAN MOTOR IBÉRICA, S.A. Sep.' 2002

5

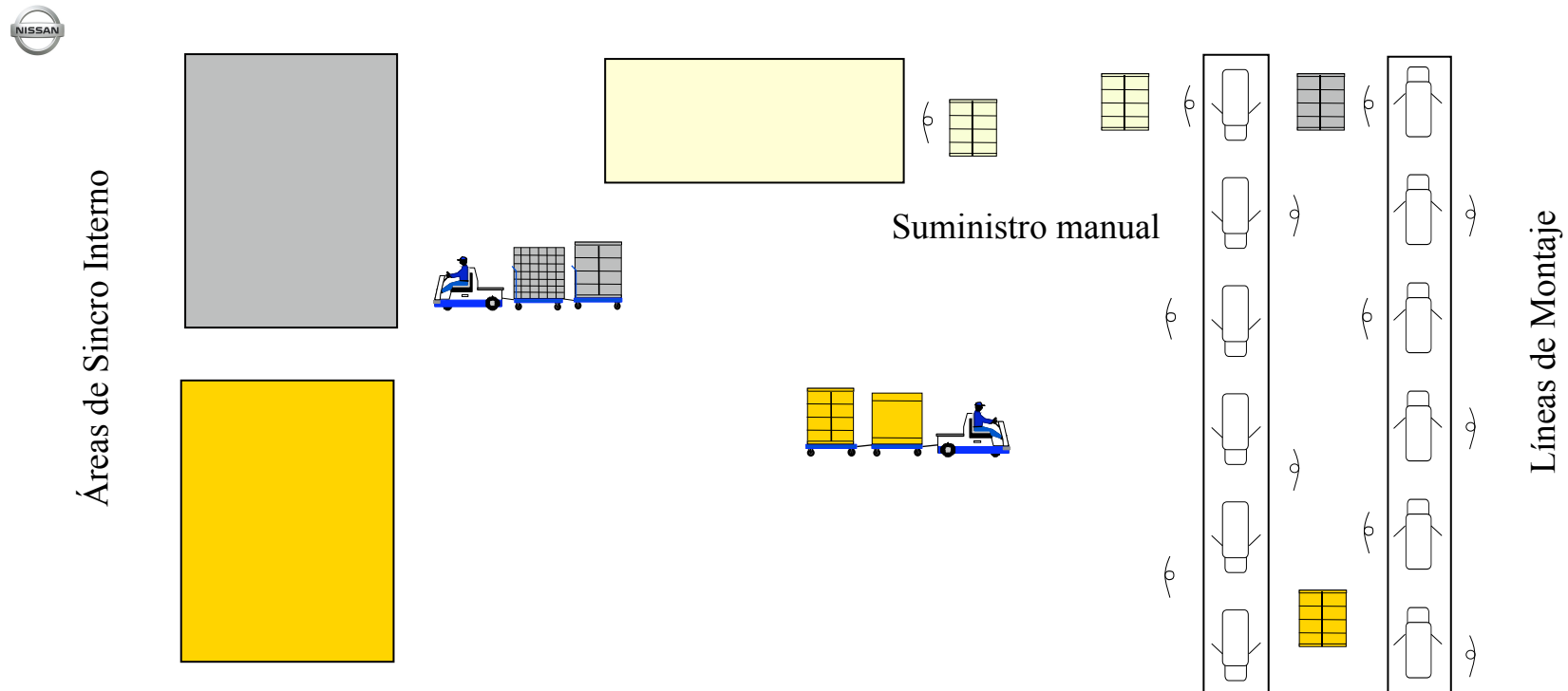


PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

SAP' 18 – ALBP (I) 4

J. Bautista

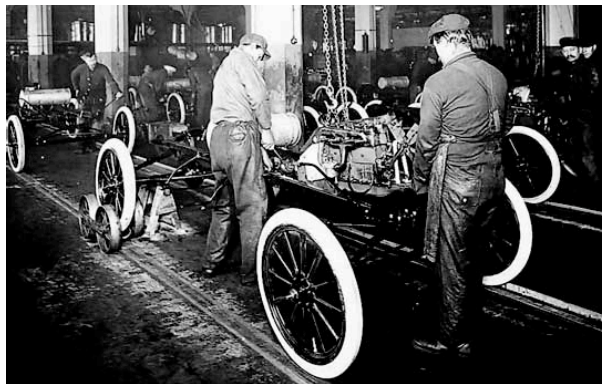
Entorno (4): Suministro a líneas



Líneas de producción (1): Algunos antecedentes



El Arsenal de Venecia: Hacia el año 1100 el Dux Faliero ordena el asentamiento del Arsenal propiciando una revolución en la organización de la construcción naval (buques de combate y galeras de mercado en masa). El Arsenal pasaría por procesos de mejora continua y reingeniería: Vecchio (1100-1300), Nuovo (1300-1400) y Novissimo (1473-1573).



Ford T (1908-1927): La mejora de los procesos de producción en línea supuso una notable reducción de costes. Mientras que las ventas de las primeras unidades (1908) estaban vinculadas a 825\$ la unidad, en 1925 el precio del modelo T, con notables mejoras respecto a sus predecesores, estaba alrededor de los 260\$.

Líneas de producción (2): Ejemplo línea bastidores

Características Principales:

Nº Zonas 9

- Paso de la línea 5.7 m
- Long. Total 51.3 m

Ciclo

- Actual 163.8s

Nº operarios 10

Capacidad a 2 turnos/día:

- Diaria 292 (unid/día)
- Anual 65700 (unid/año)

Actividades operarios:

21001: Troquelado del bastidor

21010: Montaje amortiguador trasero

21002: Montaje freno disco delantero izq.

21003: Montaje freno disco delantero derecha

21004 }
21005 } Montaje eje trasero

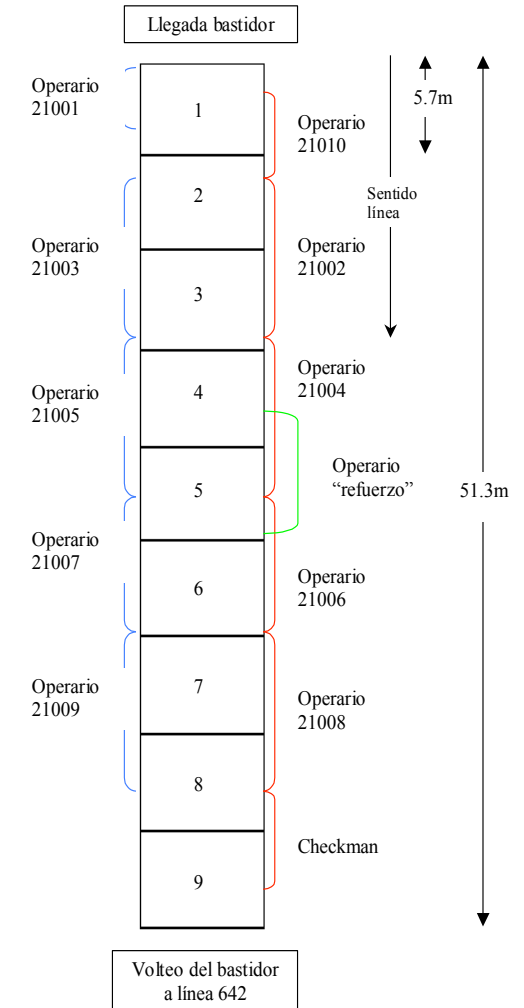
21006: Montaje barra torsión izq.

21007: Montaje barra torsión derecha.

21008: Montaje tubo de frenos izq.

21009: Montaje tubo de frenos derecha.

Checkman



Líneas de producción (3): Ejemplos



Líneas de producción · Tipología

Clasificación:

- Línea **MONOMODELO** (*single model line*), diseñada para fabricar un sólo producto o modelo.

Líneas de carrocería especializadas; montaje de vagones, etc

- Línea **MULTIMODELO** (*multimodel line*), dos o más modelos se fabrican por lotes sucesivamente (setups).

Líneas de envasado de líquidos, detergentes..; líneas de fabricación de bastidores, contrapuertas, parachoques etc.

- Línea **MODELOS MIXTOS** (*mixed model line*), dos o más modelos se fabrican unidad a unidad.

Líneas de vestido de distintas variantes de un modelo de vehículo; ensamblado de asientos, etc.



Problemas de equilibrado de líneas. Elementos (1)

Elementos de los problemas básicos:

- *Estación*: Parte elemental y especializada del proceso. La línea queda constituida por un número de estaciones de trabajo, m , dispuestas en serie y/o en paralelo, a través de las cuales fluye la obra en curso de un producto.
- *Tarea*: Parte elemental del trabajo. La fabricación de una unidad de producto se divide en un conjunto J de tareas.
- *Carga de una estación*: Subconjunto de tareas S_k perteneciente a J que se asigna a la estación k . Toda tarea j sólo puede estar asignada a una estación.
- *Tiempo de operación*: Toda tarea j requiere un tiempo de operación $t_j > 0$ que es función de las tecnologías de fabricación, de los recursos empleados y de la actividad de los operarios.
- *Tareas Precedentes*: La tecnología y la propia naturaleza del producto hacen que cada tarea j pueda estar vinculada a un conjunto de tareas precedentes inmediatas, P_j , las cuales deben estar concluidas antes de que se inicie la tarea j .



Problemas de equilibrado de líneas. Elementos (2)

Elementos de los problemas básicos:

- *Tiempo de carga de estación:* Suma de las duraciones de las tareas asignadas a la estación: $t(S_k)$, $k=1, \dots, m$.
- *Tiempo de carga total:* Suma de tiempos de carga de estación: $t_{\text{sum}} = \text{Sum}_k t(S_k)$. Trabajo total para completar una unidad de producto.
- *Tiempo de ciclo:* Tiempo concedido a cada estación para realizar las tareas de una unidad de producto que tiene asignadas: c , $\max_k \{t(S_k)\} \leq c \leq t_{\text{sum}}$.
- *Tasa de producción de la línea:* Número de unidades de producto que completa la línea en la unidad de tiempo: r ; $r=1/c$.
- *Tiempo muerto de estación:* Diferencia entre el tiempo de ciclo y tiempo de carga de la estación: $I_k = c - t(S_k)$, $k=1, \dots, m$.
- *Tiempo muerto de la línea:* Suma de tiempos muertos de estación que se vincula a la ineficiencia de la línea: $I_{\text{sum}} = \text{Sum}_k I_k = m \cdot c - t_{\text{sum}}$.



Problemas de equilibrado de líneas. Descripción y Clasificación

Descripción:

- Los problemas de equilibrado de líneas de montaje ALBP (*Assembly Line Balancing Problem*) están enfocados a agrupar de manera eficiente y coherente las tareas del conjunto J en estaciones de trabajo.

Clasificación:

- **SALBP** (*Simple Assembly Line Balancing Problem*): dados un conjunto de n tareas con sus atributos y un grafo de precedencias, cada tarea debe asignarse a una sola estación de manera que se satisfagan todas las restricciones de precedencia y que ningún tiempo de carga de estación, $t(S_k)$, sea mayor que el tiempo de ciclo c .
- **GALBP** (*General Assembly Line Balancing Problem*): se añade a SALBP restricciones adicionales como: la consideración de estaciones en paralelo, las agrupaciones forzadas de tareas y las posibles incompatibilidades entre tareas, la limitación de espacio en las estaciones de trabajo, entre otras.



Problemas de equilibrado de líneas. SALBP

Variantes de SALBP:

- **SALBP-1:** minimizar el número de estaciones m dado un valor fijo del tiempo de ciclo c .
- **SALBP-2:** minimizar el tiempo de ciclo c (maximizar la tasa de producción r) dado un número fijo de estaciones m .
- **SALBP-E:** minimizar simultáneamente c y m considerando su relación con el tiempo muerto total o la ineficiencia de la línea.
- **SALBP-F:** dados m y c determinar si el problema es *factible*, y en caso afirmativo hallar una solución.

Objetivo: Maximizar la eficiencia de la línea



Problemas de equilibrado de líneas. Eficiencia

Medidas de eficiencia básicas:

- Número mínimo de estaciones para un ciclo c :

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil \quad (1)$$

- Eficiencia para m estaciones y ciclo c :

$$\eta(m, c) = \frac{1}{mc} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \quad (2)$$

- Eficiencia máxima para un ciclo c :

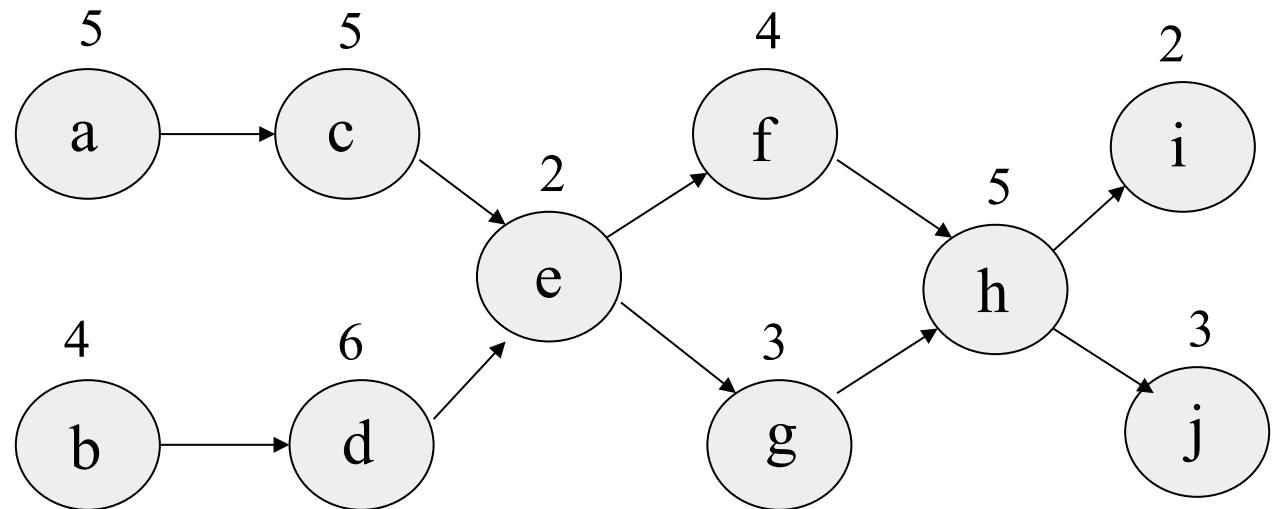
$$\eta_{\max}(c) = \eta(m_{\min}(c), c) = \frac{1}{m_{\min}(c) \times c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \quad (3)$$



Ejemplo 1. Presentación

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h



39

Determinar los límites del tiempo de ciclo c ; el número mínimo de estaciones m_{\min} y la eficiencia máxima de la línea para los ciclos 10, 12 y 20 *ut*.

Modelos SALBP. Hipótesis y objetivos

Hipótesis generales:

1. Una unidad de producto se puede descomponer en un conjunto de tareas elementales.
2. Cada tarea tiene asociado un conjunto de atributos, entre ellos el tiempo de proceso, supuesto determinista y medido a actividad normal.
3. Las estaciones de trabajo están dispuestas en serie y el producto fluye progresivamente entre ellas, de una a su siguiente, a carencia constante.
4. A toda estación se concede el mismo tiempo para efectuar las tareas que tiene asignadas, dicho tiempo recibe el nombre de tiempo de ciclo.
5. Las estaciones requieren recursos tecnológicos y humanos homogéneos con unos costes muy similares.

Objetivos:

1. Maximizar la eficiencia de la línea.
2. Maximizar la tasa de producción.
3. Minimizar el requerimiento de recursos.



Modelos SALBP. Formulaci3n

Nomenclatura:

Par3metros:

- J, j Conjunto de tareas elementales · 3ndice de tarea $j \in J (j = 1, \dots, |J|)$
- K, k Conjunto de estaciones de trabajo · 3ndice de estaci3n de trabajo $k \in K (k = 1, \dots, |K|)$
- t_j Tiempo de proceso de la tarea $j : (j = 1, \dots, |J|)$
- P_j, P_j^* Conjuntos de tareas precedentes de $j : (j = 1, \dots, |J|)$ inmediatas y transitivas.
- c_{\min} Tiempo de ciclo m3nimo · valor inverso de la tasa de producci3n m3xima
- c_{\max} Tiempo de ciclo m3ximo · valor inverso de la tasa de producci3n m3nima
- m_{\min} N3mero m3nimo de estaciones de trabajo condicionado por la tasa de demanda
- m_{\max} N3mero m3ximo de estaciones de trabajo condicionado por la disponibilidad de recursos

Variables:

- c Tiempo de ciclo de la l3nea · Tiempo concedido a cada estaci3n para realizar sus tareas
- m N3mero de estaciones de trabajo requeridas por la l3nea
- $x_{j,k}$ Variable binaria que vale 1 si la tarea $j \in J$ se asigna a la estaci3n $k \in K$, y 0 en caso contrario.



Modelo SALBP-1. Programa matemático

SALBP-1 · Formulació:

$$\text{PM-SALBP-1: } \text{Min } z_1 = m \quad (0)$$

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (1)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k(x_{j,k} - x_{i,k}) \geq 0 \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : i \in P_j \quad (4)$$

$$x_{j,k} \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (5)$$



Modelo SALBP-2. Programa matemático

SALBP-2 · Formulación:

$$\text{PM-SALBP-2: } \text{Min } z_2 = c \quad (0)$$

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (1)$$

$$c - \sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k(x_{j,k} - x_{i,k}) \geq 0 \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : i \in P_j \quad (3)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (4)$$



Modelo SALBP-E. Programa matemático

SALBP-E · Formulación:

$$\text{PM-SALBP-E: } \text{Min } z_3 = m \times c \quad (0)$$

s.a.:

$$m \geq m_{\min} \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (2)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (3)$$

$$c - \sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k(x_{j,k} - x_{i,k}) \geq 0 \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : i \in P_j \quad (5)$$

$$x_{j,k} \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (6)$$



Modelo SALBP-F. Programa matemático

SALBP-F · Formulación:

PM-SALBP-F: Satisfacer restricciones (1)-(4)

Restricciones:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k(x_{j,k} - x_{i,k}) \geq 0 \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : i \in P_j \quad (3)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (4)$$



Modelos SALBP. Cotas inferiores (1)

SALBP Cotas · Definiciones previas dados J y c :

$$t_{\max} = \max_{1 \leq j \leq |J|} (t_j) \quad (1)$$

$$t_{\text{sum}} = \sum_{j=1}^{|J|} t_j \quad (2)$$

$$p_j = \frac{t_j}{c} \quad (j = 1, \dots, |J|) \quad (3)$$

$$J'(a, b) = \{j \in J' \subseteq J : a < p_j < b\} \quad (4)$$

$$J'(a, b] = \{j \in J' \subseteq J : a < p_j \leq b\} \quad (5)$$

$$J'[a, b] = \{j \in J' \subseteq J : a \leq p_j \leq b\} \quad (6)$$

con $0 \leq a \leq b \leq 1$



Modelos SALBP. Cotas inferiores (2)

SALBP Cotas inferiores globales:

$$LB_1^{(1)}(c) = \left\lceil \frac{t_{sum}}{c} \right\rceil = \left\lceil \sum_{j=1}^{|J|} p_j \right\rceil \qquad LB_1^{(2)}(m) = \max \left(t_{max}, \left\lceil \frac{t_{sum}}{m} \right\rceil \right)$$

$$LB_2^{(1)}(c) = \left\lceil J \left(\frac{1}{2}, 1 \right) \right\rceil + \left\lceil \frac{1}{2} \left\lceil J \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \right\rceil \right\rceil$$

$$LB_3^{(1)}(c) = \left\lceil J \left(\frac{2}{3}, 1 \right) \right\rceil + \frac{2}{3} \left\lceil J \left[\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right] \right\rceil + \frac{1}{2} \left\lceil J \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right) \right\rceil + \frac{1}{3} \left\lceil J \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right] \right\rceil$$

En general ($q > 3; 2p - q > 0; p, q \in \mathbb{Z}$):

$$LB_{(q-1)/q}^{(1)}(c) = \left\lceil J \left(\frac{q-1}{q}, 1 \right) \right\rceil + \frac{q-1}{q} \left\lceil J \left[\frac{q-1}{q}, \frac{q-1}{q} \right] \right\rceil + \frac{1}{q-1} \left\lceil J \left(\frac{1}{q}, \frac{q-1}{q} \right) \right\rceil + \frac{1}{q} \left\lceil J \left[\frac{1}{q}, \frac{1}{q} \right] \right\rceil$$

$$LB_{p/q}^{(1)}(c) = \left\lceil J \left(\frac{p}{q}, 1 \right) \right\rceil + \frac{p}{q} \left\lceil J \left[\frac{p}{q}, \frac{p}{q} \right] \right\rceil + \left\lceil \frac{p}{q-p} \right\rceil^{-1} \left\lceil J \left(\frac{q-p}{q}, \frac{p}{q} \right) \right\rceil + \frac{q-p}{q} \left\lceil J \left[\frac{q-p}{q}, \frac{q-p}{q} \right] \right\rceil$$



Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (1)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-1:

Paso – 0: Inicializar

$I_{sum} = 0; k = 1; S_k = \emptyset; T = c$ (T : tiempo disponible);

$\bar{J} = J$ (\bar{J} : conjunto de tareas no asignadas).

Paso – 1: Construcción del conjunto de tareas candidatas a asignar ($\hat{J} \subseteq \bar{J}$)

sea: $\hat{J} = \{j \in \bar{J} : (t_j \leq T) \wedge (P_j^* \cap \bar{J} = \emptyset)\}$

Paso – 2: Test de cierre y apertura de estación

si $|\hat{J}| = 0$ (cierre), *hacer:*

$I_{sum} \leftarrow I_{sum} + T; T = c; k \leftarrow k + 1; S_k = \emptyset; \text{Ir a Paso – 1.}$

si _no, continuar.



Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (2)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-1 (continuación):

Paso – 3: Elección de la tarea asignar (dada una regla $\rho \in P$)

$$j_{\rho}^* = \left\{ \begin{array}{l} j', \text{ si } \exists j' \in \hat{J} : (t_{j'} = T) \\ \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_{\rho}(j)), \text{ si_no} \end{array} \right\}$$

*Paso – 4: Asignación de j_{ρ}^**

$$\text{hacer : } T \leftarrow T - t_{j_{\rho}^*}; S_k \leftarrow S_k \cup \{j_{\rho}^*\}; \bar{J} \leftarrow \bar{J} - \{j_{\rho}^*\}$$

Paso – 5: Test de finalización (todas las tareas asignadas)

si $|\bar{J}| = 0$, hacer :

$m = k$; mostrar resultados : S_k ($k = 1, \dots, m$); finalizar.

si_no, Ir a Paso – 1.



Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (3)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 3 HB-1:

Siguientes inmediatas : $F_j = \{j' \in J : j \in P_{j'}\}$ $(j = 1, \dots, |J|)$

Siguientes transitivas : $F_j^* = \{j' \in J : j \in P_{j'}^*\}$ $(j = 1, \dots, |J|)$

Primera estación asignable: $e_j = \left\lceil \frac{1}{c} \left(t_j + \sum_{j' \in P_j^*} t_{j'} \right) \right\rceil$ $(j = 1, \dots, |J|)$

Última estación asignable: $l_j = m + 1 - \left\lceil \frac{1}{c} \left(t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \right) \right\rceil$ $(j = 1, \dots, |J|)$

Nivel: $n_j = \max_{j' \in P_j} (n_{j'}) + 1$ $(j = 1, \dots, |J|)$



Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (4)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 3 HB-1 (Continuación):

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ (tareas candidatas \subseteq tareas no_asignadas), P(conjunto de reglas) y α_ρ (pesos) $\forall \rho \in P$:

Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j)) : \forall \rho \in P$

$$\begin{array}{lll}
 0. v_0(j) = \operatorname{Rnd}(0-1) & 5. v_5(j) = \frac{t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'}}{1 + |F_j^*|} & 10. v_{10}(j) = m - (l_j - e_j) \\
 1. v_1(j) = t_j & 6. v_6(j) = m - l_j & 11. v_{11}(j) = \frac{|F_j^*|}{l_j - e_j} \\
 2. v_2(j) = |F_j| & 7. v_7(j) = \frac{m - l_j}{1 + |F_j^*|} & 12. v_{12}(j) = t_j + |F_j^*| \\
 3. v_3(j) = |F_j^*| & 8. v_8(j) = \frac{t_j}{l_j} & 13. v_{13}(j) = \max_{j' \in \hat{J}} (n_{j'}) - n_j \\
 4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} & 9. v_9(j) = m - e_j & 14. v_{14}(j) = \sum_{\rho \in P} \alpha_\rho \frac{v_\rho(j)}{\max_{j' \in \hat{J}} (v_\rho(j'))}
 \end{array}$$



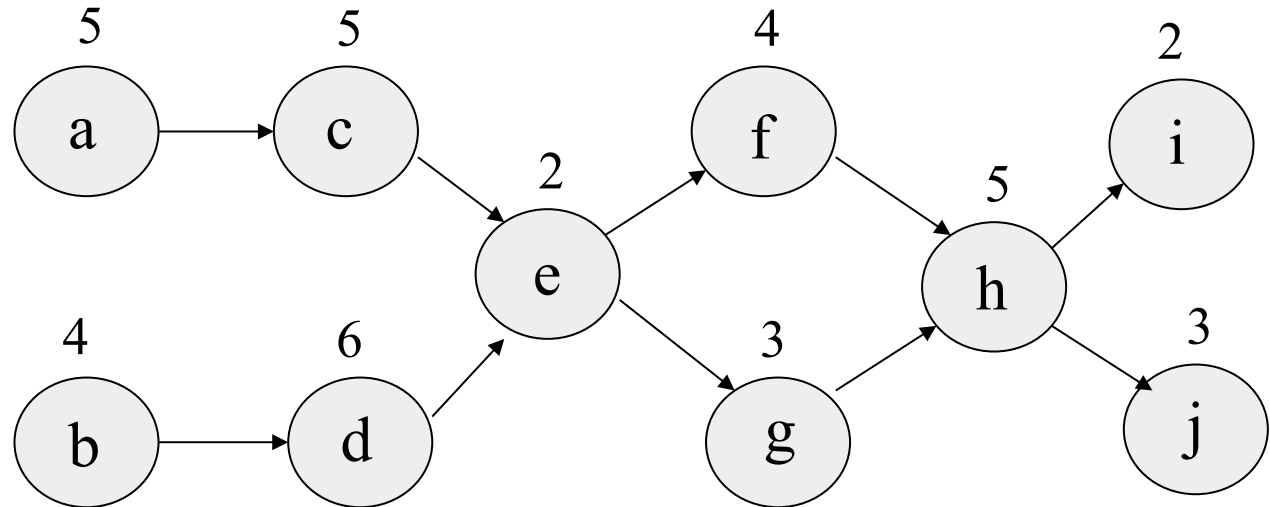
Ejemplo 1. Resolución HB-1 (1)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in P$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j))$. Sea $\rho = 4$.

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h



39



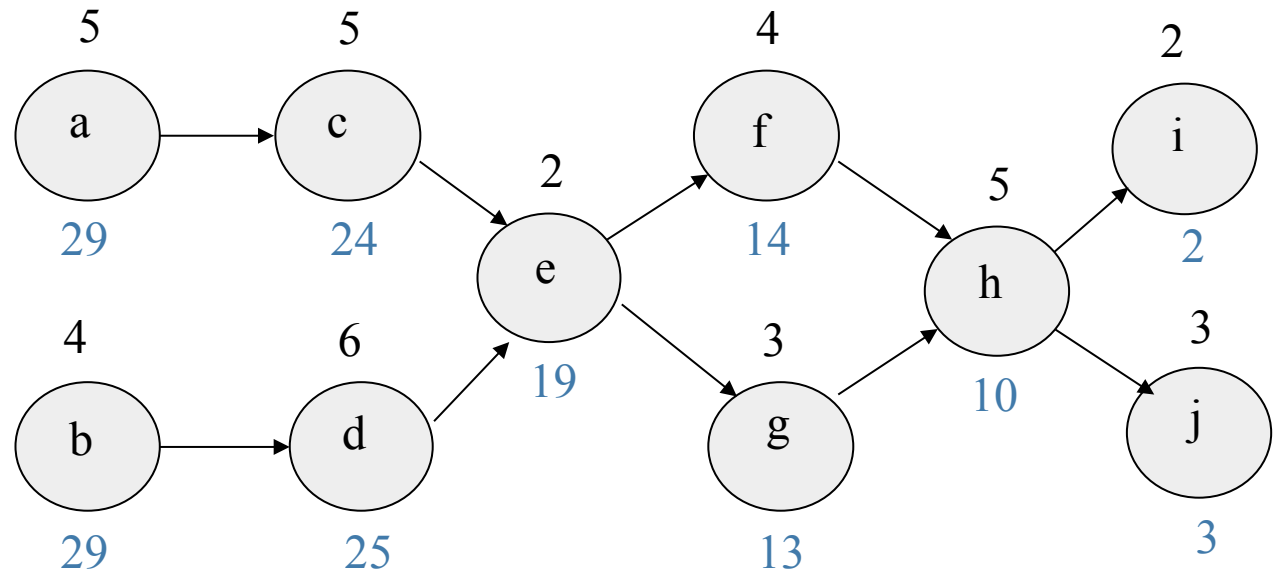
Ejemplo 1. Resolución HB-1 (2)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in P$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j))$. Sea $\rho = 4$.

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
39		

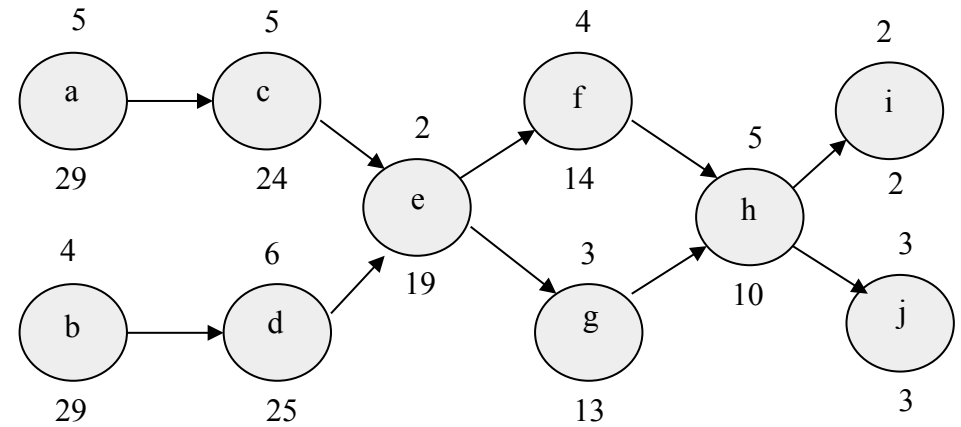


Ejemplo 1. Resolución HB-1 (3)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{ regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

k	T	\hat{J}	j_4^*	v_4^*	t_{j^*}	I_{sum}
1	10	a, b	a	29	5	0
	5	b, c	c	sat	5	
	0	-				
2	10	b	b	-	4	0
	6	d	d	-	6	
	0	-				
3	10	e	e	-	2	1
	8	f, g	f	14	4	
	4	g	g	-	3	
	1	-				
4	10	h	h	-	5	1
	5	i, j	j	3	3	
	2	i	i	-	2	
	0	*				



$$c = 10 \Rightarrow m = 4$$

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil; \quad m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{39}{10} \right\rceil = 4$$

$$\eta_{\max}(c) = \frac{1}{m_{\min} c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \quad \eta_{\max}(10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

$$\eta(m, c) = \frac{1}{m c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \quad \eta(4, 10) = \frac{39}{40} = 0.975$$



Ejemplo 1. Resolución HB-1 (4)

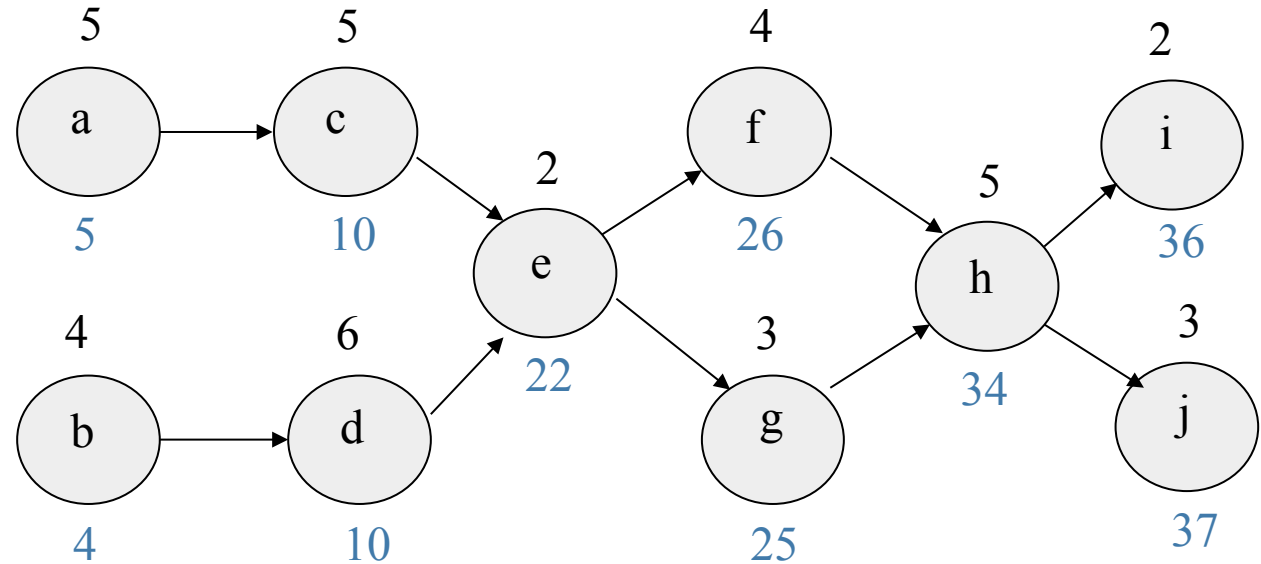
Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10) · Inverso

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in P$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j))$. Sea $\rho = 4$.

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
		39

Grafo valoración inversa:

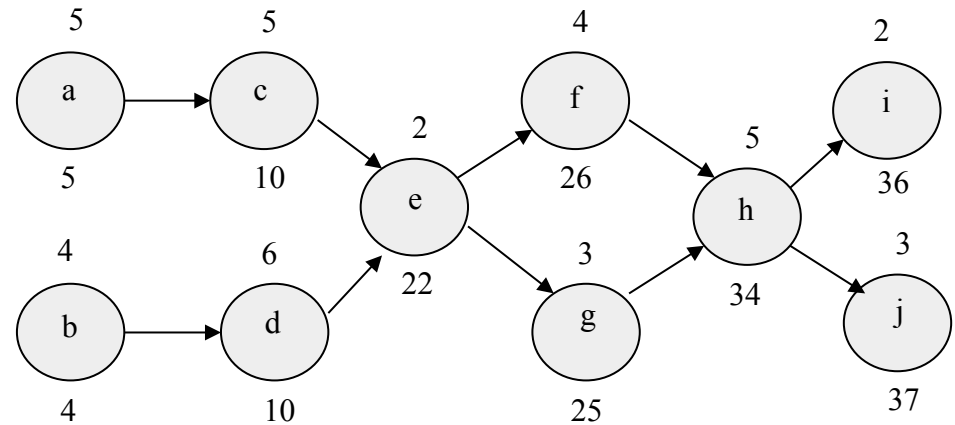


Ejemplo 1. Resolución HB-1 (5)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10) · Inverso

4. $v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J$; regla (carga transitiva pendiente - Helgeson&Bernie) – Inverso

k	T	\hat{J}	j_4^*	v_4^*	t_{j^*}	I_{sum}
1	10	i, j	j	37	3	0
	7	i	i	-	2	
	5	h	h	-	5	
	0	-	-	-	-	
2	10	f, g	f	26	4	1
	6	g	g	-	3	
	3	e	e	-	2	
	1	-	-	-	-	
3	10	c, d	c	10	5	1
	5	a	a	-	5	
	0	-	-	-	-	
4	10	d	d	-	6	1
	4	b	b	-	4	
	0	*	-	-	-	



$c = 10 \Rightarrow m = 4$

$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil$; $m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{39}{10} \right\rceil = 4$

$\eta_{\max}(c) = \frac{1}{m_{\min} c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j$; $\eta_{\max}(10) = \frac{39}{40} = 0.975$

$\eta(m, c) = \frac{1}{m c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j$; $\eta(4, 10) = \frac{39}{40} = 0.975$



Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (1)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-2:

Paso – 0 : Inicialización

$I_{sum} = 0; k = 0; S_{k'} = \emptyset, \forall k' = 1, \dots, m_{max}; \mathfrak{S} = \emptyset$ (\mathfrak{S} : conjunto de estaciones);
 $\bar{J} = J$ (\bar{J} : conjunto de tareas no asignadas).

Paso – 1: Construcción del conjunto de estaciones candidatas a asignar ($\hat{\mathfrak{S}} \subseteq 2^{\bar{J}}$)

sea : $\hat{\mathfrak{S}} = \left\{ S \in 2^{\bar{J}} : (t(S) \leq c) \wedge (P_j^* \cap (\bar{J} - S) = \emptyset, \forall j \in S) \right\}$

Paso – 2: Elección de la estación a asignar (dada una regla $\psi \in \Psi$)

$S_{\psi}^* = \left\{ \begin{array}{l} S', \text{ si } \exists S' \in \hat{\mathfrak{S}} : (t(S') > c - \min_{j' \in (\bar{J} - S')} (t_{j'})) \\ \operatorname{argmax}_{S \in \hat{\mathfrak{S}}} (w_{\psi}(S)), \text{ si_no} \end{array} \right\}$



Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (2)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-2 (Continuación):

*Paso – 4: Asignación de S_{ψ}^**

hacer :

$$k \leftarrow k + 1; S_k = S_{\psi}^*;$$

$$\mathfrak{S} \leftarrow \mathfrak{S} \cup \{S_k\}; \bar{J} \leftarrow \bar{J} - S_k$$

Paso – 5: Test de finalización (todas las tareas asignadas)

si $|\bar{J}| = 0$, hacer :

$$m = k; \text{mostrar resultados : } \mathfrak{S} = \{S_k (k = 1, \dots, m)\};$$

finalizar.

si _no, Ir a Paso – 1.



Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (3)

SALBP-1 · Generación de estaciones · Paso 1 HB-2:

Elementos :

\bar{J} : conjunto de tareas pendientes de asignación

$\hat{J}(S)$: conjunto de tareas candidatas a la expansión de S

$\hat{\mathcal{S}}$: conjunto de estaciones candidatas a la selección

$\bar{\mathcal{S}}$: conjunto de estaciones candidatas no_exploradas

Paso – 0 : Inicialización (dado \bar{J}) :

crear $(\hat{\mathcal{S}} = \{\{j\} \in 2^{\bar{J}} : P_j^* \cap \bar{J} = \emptyset\})$; *fijar* $(\bar{\mathcal{S}} \leftarrow \hat{\mathcal{S}}; iter_{\max})$; *iter* = 1

Paso – 1 : Test de finalización

si $(\bar{\mathcal{S}} = \emptyset) \vee (\exists S \in \hat{\mathcal{S}} : t(S) \geq c - \min_{j \in (\bar{J}-S)} (t_j)) \vee (iter \geq iter_{\max})$, *Ir a Paso – 3*

si_no, continuar.



Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (4)

SALBP-1 · Generación de estaciones · Paso 1 HB-2 (Continuación):

Paso – 2: Expansión de $\hat{\mathcal{S}}$ mediante conjuntos $\hat{J}(S)$

$\forall S \in \bar{\mathcal{S}},$ hacer :

$$\hat{J}(S) = \left\{ j \in (\bar{J} - S) : (t(S) + t_j \leq c) \wedge (P_j^* \cap (\bar{J} - S) = \emptyset) \right\}$$

$\forall j \in \hat{J}(S),$ hacer :

$$S' = S \cup \{j\}; \hat{\mathcal{S}} \leftarrow \hat{\mathcal{S}} \cup \{S'\}; \bar{\mathcal{S}} \leftarrow \bar{\mathcal{S}} \cup \{S'\}$$

si $t(S') > c - \min_{j' \in (\bar{J} - S')} (t_{j'}),$ Ir a Paso – 1

fin \forall

$$\bar{\mathcal{S}} \leftarrow \bar{\mathcal{S}} - \{S\}$$

fin \forall

$iter \leftarrow iter + 1;$ Ir a Paso – 1

Paso – 3: Finalización

$$\text{mostrar resultados : } \hat{\mathcal{S}} = \left\{ S \in 2^{\bar{J}} : (t(S) \leq c) \wedge (\bar{P}(S) \cap (\bar{J} - S) = \emptyset) \right\}$$



Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (5)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 2 HB-2:

	<i>Inmediatas</i>	<i>Transitivas</i>
1. Precedentes globales	$P(S) = \bigcup_{j \in S} P_j$	$P^*(S) = \bigcup_{j \in S} P_j^*$
2. Precedentes endógenas	$\dot{P}(S) = P(S) \cap S$	$\dot{P}^*(S) = P^*(S) \cap S$
3. Precedentes exógenas	$\ddot{P}(S) = P(S) - \dot{P}(S)$	$\ddot{P}^*(S) = P^*(S) - \dot{P}^*(S)$
4. Siguietes globales	$F(S) = \bigcup_{j \in S} F_j$	$F^*(S) = \bigcup_{j \in S} F_j^*$
5. Siguietes endógenas	$\dot{F}(S) = F(S) \cap S$	$\dot{F}^*(S) = F^*(S) \cap S$
6. Siguietes exógenas	$\ddot{F}(S) = F(S) - \dot{F}(S)$	$\ddot{F}^*(S) = F^*(S) - \dot{F}^*(S)$



Modelo SALBP-1. Resolución orientación estaciones (6)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 2 HB-2 (Continuación):

Dados $\hat{\mathcal{S}} \subseteq 2^J$ ($\hat{\mathcal{S}}$: estaciones candidatas), Ψ (conjunto de reglas) y β_ψ (pesos) $\forall \psi \in \Psi$:

Seleccionar $S_\psi^* : S_\psi^* = \operatorname{argmax}_{S \in \hat{\mathcal{S}}} (w_\psi(S)), \forall \psi \in \Psi$.

0. $w_0(S) = \operatorname{Rnd}(0-1)$	5. $w_5(S) = \frac{t(F^*(S))}{1 + \ddot{F}^*(S) }$	10. $w_{10}(S) = m S - \sum_{j \in S} (l_j - e_j)$
1. $w_1(S) = t(S) = \sum_{j \in S} t_j$	6. $w_6(S) = m S - \sum_{j \in S} l_j$	11. $w_{11}(S) = \frac{ S \ddot{F}^*(S) }{\sum_{j \in S} (l_j - e_j)}$
2. $w_2(S) = \ddot{F}(S) $	7. $w_7(S) = \frac{m S - \sum_{j \in S} l_j}{ S + S \ddot{F}^*(S) }$	12. $w_{12}(S) = t(S) + \ddot{F}^*(S) $
3. $w_3(j) = \ddot{F}^*(S) $	8. $w_8(S) = \frac{t(S) S }{\sum_{j \in S} l_j}$	13. $w_{13}(S) = \max_{j \in J} (n_j) S - \sum_{j \in S} n_j$
4. $w_4(j) = t(F^*(S))$	9. $w_9(S) = m S - \sum_{j \in S} e_j$	14. $w_{14}(S) = \sum_{\psi \in \Psi} \beta_\psi \frac{w_\psi(S)}{\max_{S' \in \hat{\mathcal{S}}} (w_\psi(S'))}$

