

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA – BARCELONATECH
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS
Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN)

Sistemas Avanzados de Producción. Equilibrado de líneas de producción II

SISTEMAS AVANZADOS DE PRODUCCIÓN 240EO316 – Máster Universitario en Ingeniería de Organización
(240MUEO) - ETSEIB

Joaquín Bautista-Valhondo

OPE-PROTHIUS – OPE-MSc.2018/33 240EO316 (20180423) - <http://futur.upc.edu/OPE-PROTHIUS> - www.prothius.com -
Departamento de Organización de Empresas – ETSEIB · UPC



PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial

SAP' 18 – ALBP (II) 0

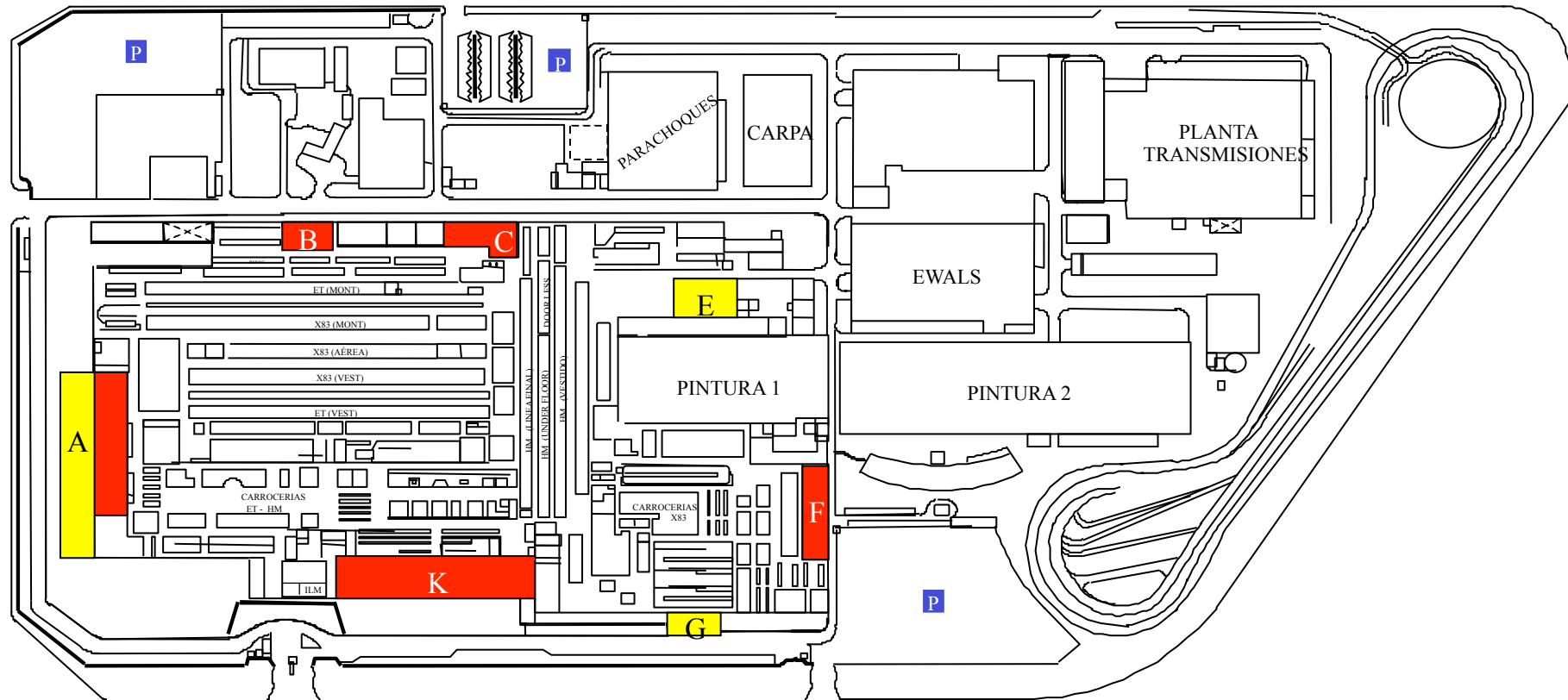
J. Bautista

Contenido

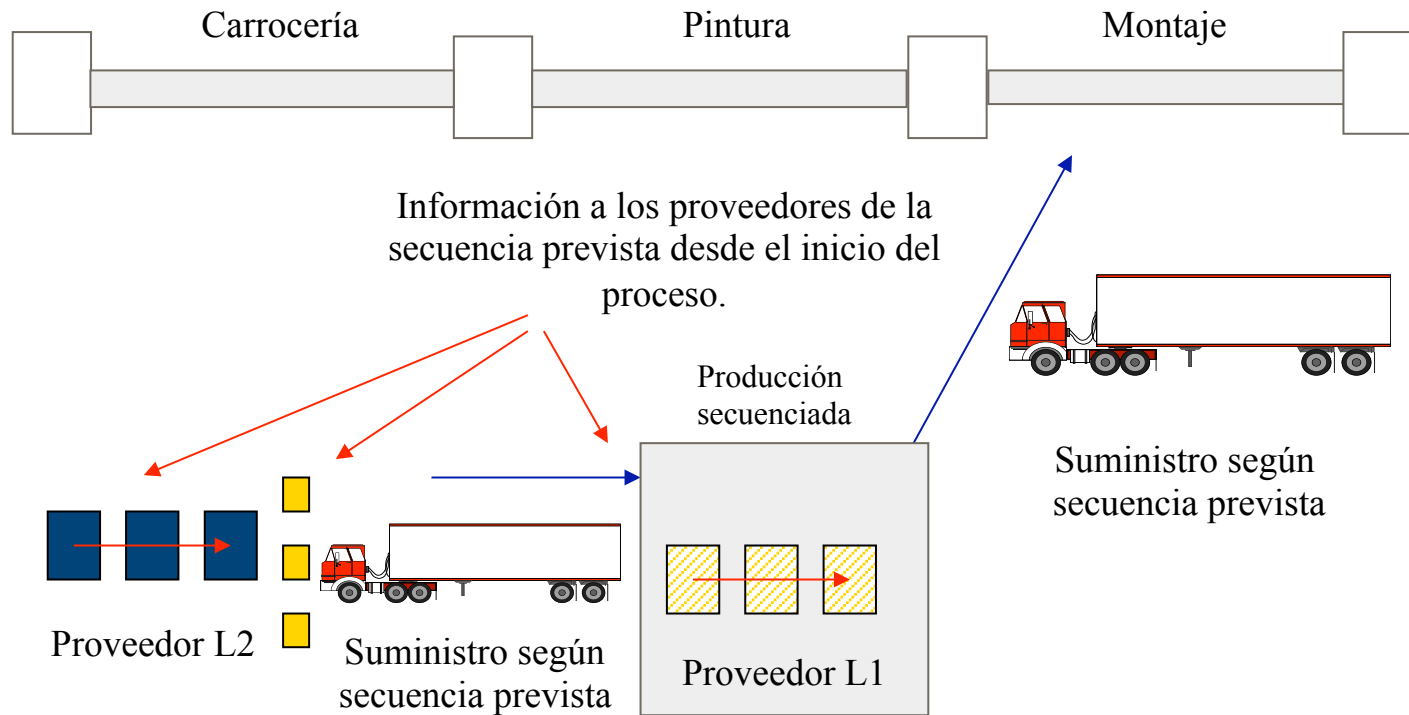
- Entorno : Planta de fabricación, procesos, suministros y líneas
- Líneas de producción · Tipología
- Problemas de equilibrado de líneas. Elementos, descripción, clasificación, variantes SALBP y eficiencia
- Ejemplo 1. Presentación
- Modelos SALBP. Hipótesis, objetivos y formulación
- SALBP-1: Programa matemático, Heurística HB-1, resolución Ejemplo-1
- SALBP-2: Programa matemático, Heurísticas HB-3 y HB-4, resolución Ejemplo-1
- SALBP-E: Programa matemático, Heurística HB-5, resolución Ejemplo-1
- SALBP-F: Programa matemático
- GALBP: Restricciones adicionales · Líneas en forma de U
- Ejemplo 2. Líneas en U · Presentación
- Modelos GALBP-U. Formulación
- GALBP-U1: Programa matemático, Heurística HB-6, resolución Ejemplo-2
- Programas matemáticos: GALBP-U2, GALBP-UE y GALBP-UF
- Procedimientos de resolución problemas ALB



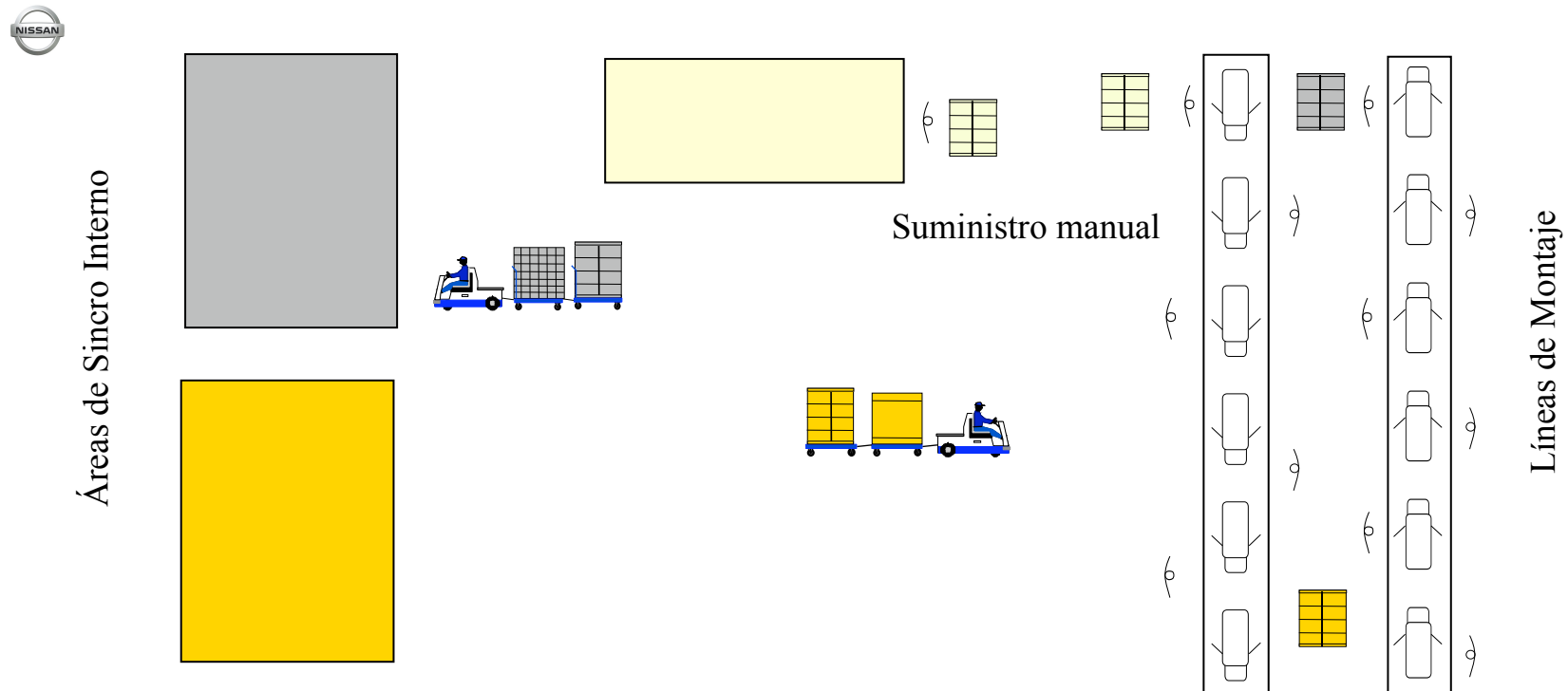
Entorno (1): Planta de fabricación



Entorno (2): Procesos



Entorno (3): Suministro a líneas



Entorno (4): Líneas



Líneas de producción · Tipología

Clasificación:

- Línea **MONOMODELO** (*single model line*), diseñada para fabricar un sólo producto o modelo.

Líneas de carrocería especializadas; montaje de vagones, etc

- Línea **MULTIMODELO** (*multimodel line*), dos o más modelos se fabrican por lotes sucesivamente (setups).

Líneas de envasado de líquidos, detergentes..; líneas de fabricación de bastidores, contrapuertas, parachoques etc.

- Línea **MODELOS MIXTOS** (*mixed model line*), dos o más modelos se fabrican unidad a unidad.

Líneas de vestido de distintas variantes de un modelo de vehículo; ensamblado de asientos, etc.



Problemas de equilibrado de líneas. Elementos (1)

Elementos de los problemas básicos:

- *Estación*: Parte elemental y especializada del proceso. La línea queda constituida por un número de estaciones de trabajo, m , dispuestas en serie y/o en paralelo, a través de las cuales fluye la obra en curso de un producto.
- *Tarea*: Parte elemental del trabajo. La fabricación de una unidad de producto se divide en un conjunto J de tareas.
- *Carga de una estación*: Subconjunto de tareas S_k perteneciente a J que se asigna a la estación k . Toda tarea j sólo puede estar asignada a una estación.
- *Tiempo de operación*: Toda tarea j requiere un tiempo de operación $t_j > 0$ que es función de las tecnologías de fabricación, de los recursos empleados y de la actividad de los operarios.
- *Tareas Precedentes*: La tecnología y la propia naturaleza del producto hacen que cada tarea j pueda estar vinculada a un conjunto de tareas precedentes inmediatas, P_j , las cuales deben estar concluidas antes de que se inicie la tarea j .



Problemas de equilibrado de líneas. Elementos (2)

Elementos de los problemas básicos:

- *Tiempo de carga de estación:* Suma de las duraciones de las tareas asignadas a la estación: $t(S_k)$, $k=1, \dots, m$.
- *Tiempo de carga total:* Suma de tiempos de carga de estación: $t_{\text{sum}} = \text{Sum}_k t(S_k)$. Trabajo total para completar una unidad de producto.
- *Tiempo de ciclo:* Tiempo concedido a cada estación para realizar las tareas de una unidad de producto que tiene asignadas: c , $\max_k \{t(S_k)\} \leq c \leq t_{\text{sum}}$.
- *Tasa de producción de la línea:* Número de unidades de producto que completa la línea en la unidad de tiempo: r ; $r=1/c$.
- *Tiempo muerto de estación:* Diferencia entre el tiempo de ciclo y tiempo de carga de la estación: $I_k = c - t(S_k)$, $k=1, \dots, m$.
- *Tiempo muerto de la línea:* Suma de tiempos muertos de estación que se vincula a la ineficiencia de la línea: $I_{\text{sum}} = \text{Sum}_k I_k = m \cdot c - t_{\text{sum}}$.



Problemas de equilibrado de líneas. Descripción y Clasificación

Descripción:

- Los problemas de equilibrado de líneas de montaje ALBP (*Assembly Line Balancing Problem*) están enfocados a agrupar de manera eficiente y coherente las tareas del conjunto J en estaciones de trabajo.

Clasificación:

- **SALBP** (*Simple Assembly Line Balancing Problem*): dados un conjunto de n tareas con sus atributos y un grafo de precedencias, cada tarea debe asignarse a una sola estación de manera que se satisfagan todas las restricciones de precedencia y que ningún tiempo de carga de estación, $t(S_k)$, sea mayor que el tiempo de ciclo c .
- **GALBP** (*General Assembly Line Balancing Problem*): se añade a SALBP restricciones adicionales como: la consideración de estaciones en paralelo, las agrupaciones forzadas de tareas y las posibles incompatibilidades entre tareas, la limitación de espacio en las estaciones de trabajo, entre otras.



Problemas de equilibrado de líneas. Variantes SALBP

Variantes de SALBP:

- **SALBP-1:** minimizar el número de estaciones m dado un valor fijo del tiempo de ciclo c .
- **SALBP-2:** minimizar el tiempo de ciclo c (maximizar la tasa de producción r) dado un número fijo de estaciones m .
- **SALBP-E:** minimizar simultáneamente c y m considerando su relación con el tiempo muerto total o la ineficiencia de la línea.
- **SALBP-F:** dados m y c determinar si el problema es *factible*, y en caso afirmativo hallar una solución.

Objetivo: Maximizar la eficiencia de la línea



Problemas de equilibrado de líneas. Eficiencia

Medidas de eficiencia básicas:

- Número mínimo de estaciones para un ciclo c :

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil \quad (1)$$

- Eficiencia para m estaciones y ciclo c :

$$\eta(m, c) = \frac{1}{mc} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \quad (2)$$

- Eficiencia máxima para un ciclo c :

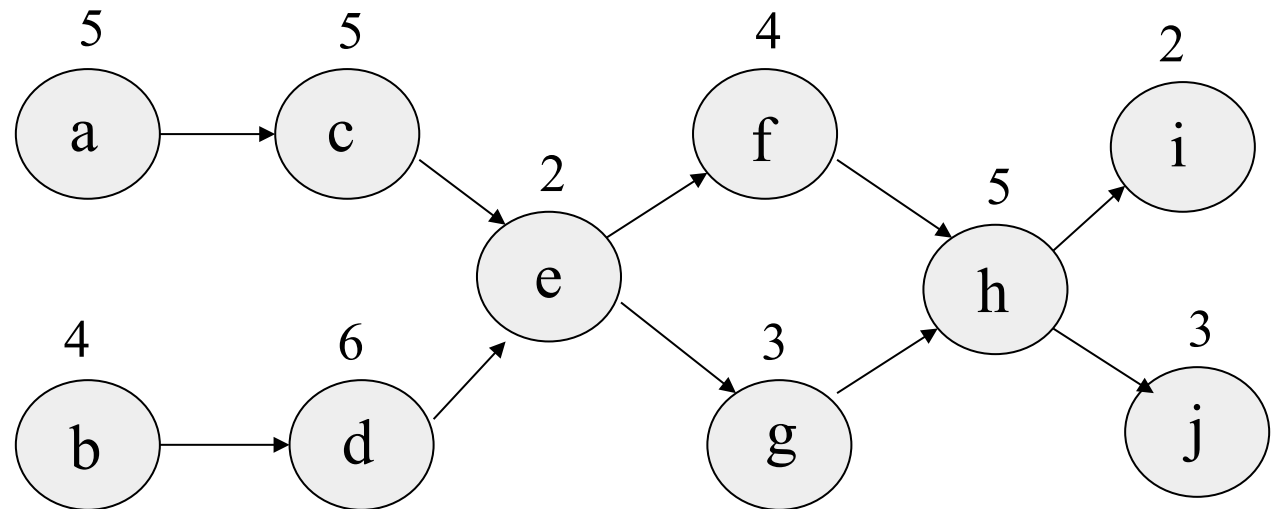
$$\eta_{\max}(c) = \eta(m_{\min}(c), c) = \frac{1}{m_{\min}(c) \times c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \quad (3)$$



Ejemplo 1. Presentación

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h



39

Determinar los límites del tiempo de ciclo c ; el número mínimo de estaciones m_{\min} y la eficiencia máxima de la línea para los ciclos 10, 12 y 20 *ut*.

Modelos SALBP. Hipótesis y objetivos

Hipótesis generales:

1. Una unidad de producto se puede descomponer en un conjunto de tareas elementales.
2. Cada tarea tiene asociado un conjunto de atributos, entre ellos el tiempo de proceso, supuesto determinista y medido a actividad normal.
3. Las estaciones de trabajo están dispuestas en serie y el producto fluye progresivamente entre ellas, de una a su siguiente, a carencia constante.
4. A toda estación se concede el mismo tiempo para efectuar las tareas que tiene asignadas, dicho tiempo recibe el nombre de tiempo de ciclo.
5. Las estaciones requieren recursos tecnológicos y humanos homogéneos con unos costes muy similares.

Objetivos:

1. Maximizar la eficiencia de la línea.
2. Maximizar la tasa de producción.
3. Minimizar el requerimiento de recursos.



Modelos SALBP. Formulaci3n

Nomenclatura:

Par3metros:

- J, j Conjunto de tareas elementales · 3ndice de tarea $j \in J (j = 1, \dots, |J|)$
- K, k Conjunto de estaciones de trabajo · 3ndice de estaci3n de trabajo $k \in K (k = 1, \dots, |K|)$
- t_j Tiempo de proceso de la tarea $j : (j = 1, \dots, |J|)$
- P_j, P_j^* Conjuntos de tareas precedentes de $j : (j = 1, \dots, |J|)$ inmediatas y transitivas.
- c_{\min} Tiempo de ciclo m3nimo · valor inverso de la tasa de producci3n m3xima
- c_{\max} Tiempo de ciclo m3ximo · valor inverso de la tasa de producci3n m3nima
- m_{\min} N3mero m3nimo de estaciones de trabajo condicionado por la tasa de demanda
- m_{\max} N3mero m3ximo de estaciones de trabajo condicionado por la disponibilidad de recursos

Variables:

- c Tiempo de ciclo de la l3nea · Tiempo concedido a cada estaci3n para realizar sus tareas
- m N3mero de estaciones de trabajo requeridas por la l3nea
- $x_{j,k}$ Variable binaria que vale 1 si la tarea $j \in J$ se asigna a la estaci3n $k \in K$, y 0 en caso contrario.



Modelo SALBP-1. Programa matemático

SALBP-1 · Formulación:

$$\text{PM-SALBP-1: } \text{Min } z_1 = m \quad (0)$$

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (1)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k(x_{j,k} - x_{i,k}) \geq 0 \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : i \in P_j \quad (4)$$

$$x_{j,k} \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (5)$$



Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (1)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-1:

Paso – 0: Inicializar

$I_{sum} = 0; k = 1; S_k = \emptyset; T = c$ (T : tiempo disponible);

$\bar{J} = J$ (\bar{J} : conjunto de tareas no asignadas).

Paso – 1: Construcción del conjunto de tareas candidatas a asignar ($\hat{J} \subseteq \bar{J}$)

sea: $\hat{J} = \{j \in \bar{J} : (t_j \leq T) \wedge (P_j^* \cap \bar{J} = \emptyset)\}$

Paso – 2: Test de cierre y apertura de estación

si $|\hat{J}| = 0$ (cierre), *hacer:*

$I_{sum} \leftarrow I_{sum} + T; T = c; k \leftarrow k + 1; S_k = \emptyset; \text{Ir a Paso } - 1.$

si _no, continuar.



Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (2)

SALBP-1 · Resolución Heurística HB-1 (continuación):

Paso – 3: Elección de la tarea asignar (dada una regla $\rho \in P$)

$$j_{\rho}^* = \left\{ \begin{array}{l} j', \text{ si } \exists j' \in \hat{J} : (t_{j'} = T) \\ \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_{\rho}(j)), \text{ si_no} \end{array} \right\}$$

*Paso – 4: Asignación de j_{ρ}^**

$$\text{hacer : } T \leftarrow T - t_{j_{\rho}^*}; S_k \leftarrow S_k \cup \{j_{\rho}^*\}; \bar{J} \leftarrow \bar{J} - \{j_{\rho}^*\}$$

Paso – 5: Test de finalización (todas las tareas asignadas)

si $|\bar{J}| = 0$, hacer :

$m = k$; mostrar resultados : S_k ($k = 1, \dots, m$); finalizar.

si_no, Ir a Paso – 1.



Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (3)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 3 HB-1:

Siguientes inmediatas : $F_j = \{j' \in J : j \in P_{j'}\}$ $(j = 1, \dots, |J|)$

Siguientes transitivas : $F_j^* = \{j' \in J : j \in P_{j'}^*\}$ $(j = 1, \dots, |J|)$

Primera estación asignable: $e_j = \left\lceil \frac{1}{c} \left(t_j + \sum_{j' \in P_j^*} t_{j'} \right) \right\rceil$ $(j = 1, \dots, |J|)$

Última estación asignable: $l_j = m + 1 - \left\lceil \frac{1}{c} \left(t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \right) \right\rceil$ $(j = 1, \dots, |J|)$

Nivel: $n_j = \max_{j' \in P_j} (n_{j'}) + 1$ $(j = 1, \dots, |J|)$



Modelo SALBP-1. Resolución orientación tareas (4)

SALBP-1 · Reglas de prioridad · Paso 3 HB-1 (Continuación):

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ (tareas candidatas \subseteq tareas no_asignadas), P(conjunto de reglas) y α_ρ (pesos) $\forall \rho \in P$:

Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j)) : \forall \rho \in P$

$$\begin{array}{lll}
 0. v_0(j) = \operatorname{Rnd}(0-1) & 5. v_5(j) = \frac{t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'}}{1 + |F_j^*|} & 10. v_{10}(j) = m - (l_j - e_j) \\
 1. v_1(j) = t_j & 6. v_6(j) = m - l_j & 11. v_{11}(j) = \frac{|F_j^*|}{l_j - e_j} \\
 2. v_2(j) = |F_j| & 7. v_7(j) = \frac{m - l_j}{1 + |F_j^*|} & 12. v_{12}(j) = t_j + |F_j^*| \\
 3. v_3(j) = |F_j^*| & 8. v_8(j) = \frac{t_j}{l_j} & 13. v_{13}(j) = \max_{j' \in \hat{J}} (n_{j'}) - n_j \\
 4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} & 9. v_9(j) = m - e_j & 14. v_{14}(j) = \sum_{\rho \in P} \alpha_\rho \frac{v_\rho(j)}{\max_{j' \in \hat{J}} (v_\rho(j'))}
 \end{array}$$



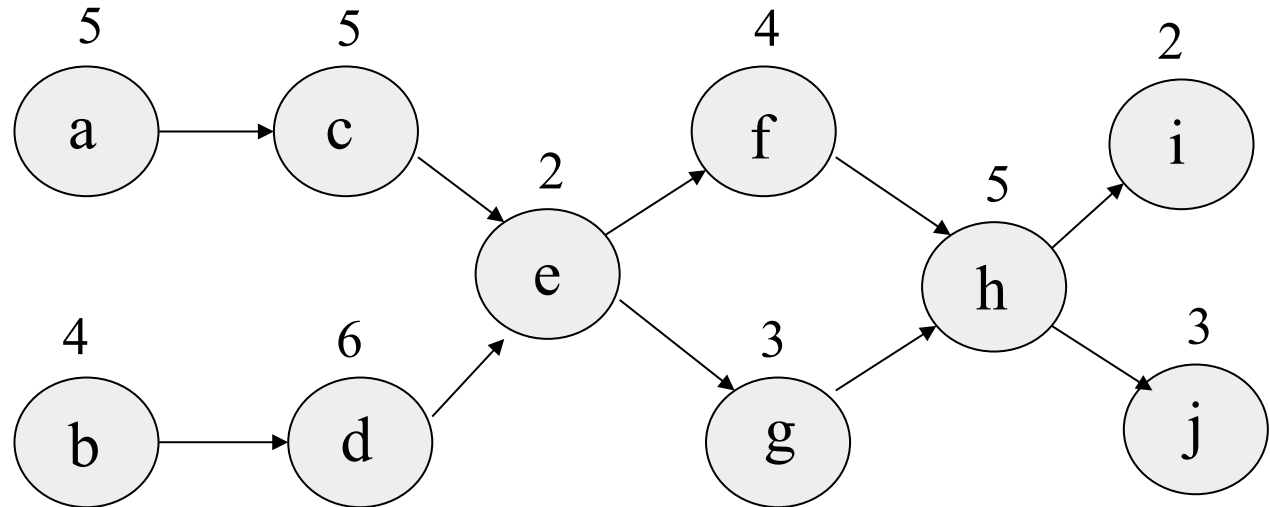
Ejemplo 1. Resolución HB-1 (1)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in P$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j))$. Sea $\rho = 4$.

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h



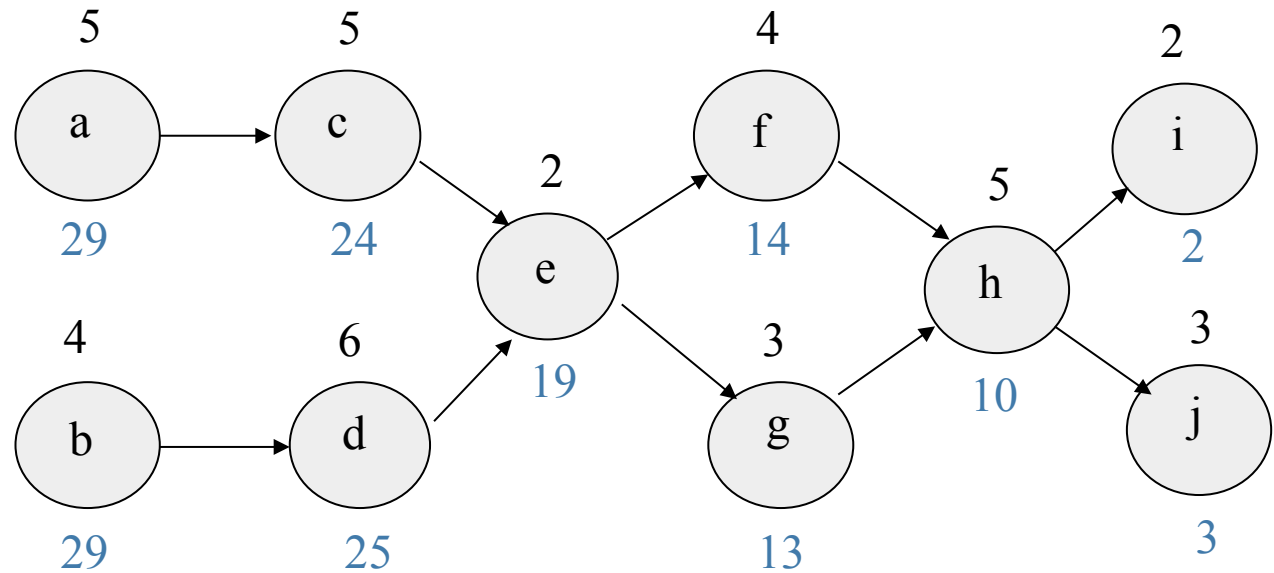
Ejemplo 1. Resolución HB-1 (2)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in P$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j))$. Sea $\rho = 4$.

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
39		

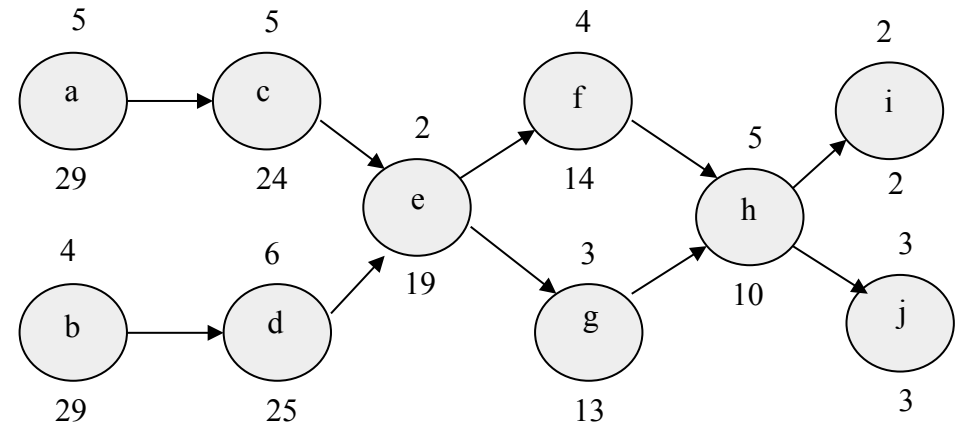


Ejemplo 1. Resolución HB-1 (3)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10)

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_j' \quad \forall j \in J; \text{ regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

k	T	\hat{J}	j_4^*	v_4^*	t_{j^*}	I_{sum}
1	10	a, b	a	29	5	0
	5	b, c	c	sat	5	
	0	-	-	-	-	
2	10	b	b	-	4	0
	6	d	d	-	6	
	0	-	-	-	-	
3	10	e	e	-	2	1
	8	f, g	f	14	4	
	4	g	g	-	3	
	1	-	-	-	-	
4	10	h	h	-	5	1
	5	i, j	j	3	3	
	2	i	i	-	2	
	0	*	-	-	-	



$$c = 10 \Rightarrow m = 4$$

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil; \quad m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{39}{10} \right\rceil = 4$$

$$\eta_{\max}(c) = \frac{1}{m_{\min} c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \quad \eta_{\max}(10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

$$\eta(m, c) = \frac{1}{m c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \quad \eta(4, 10) = \frac{39}{40} = 0.975$$



Ejemplo 1. Resolución HB-1 (4)

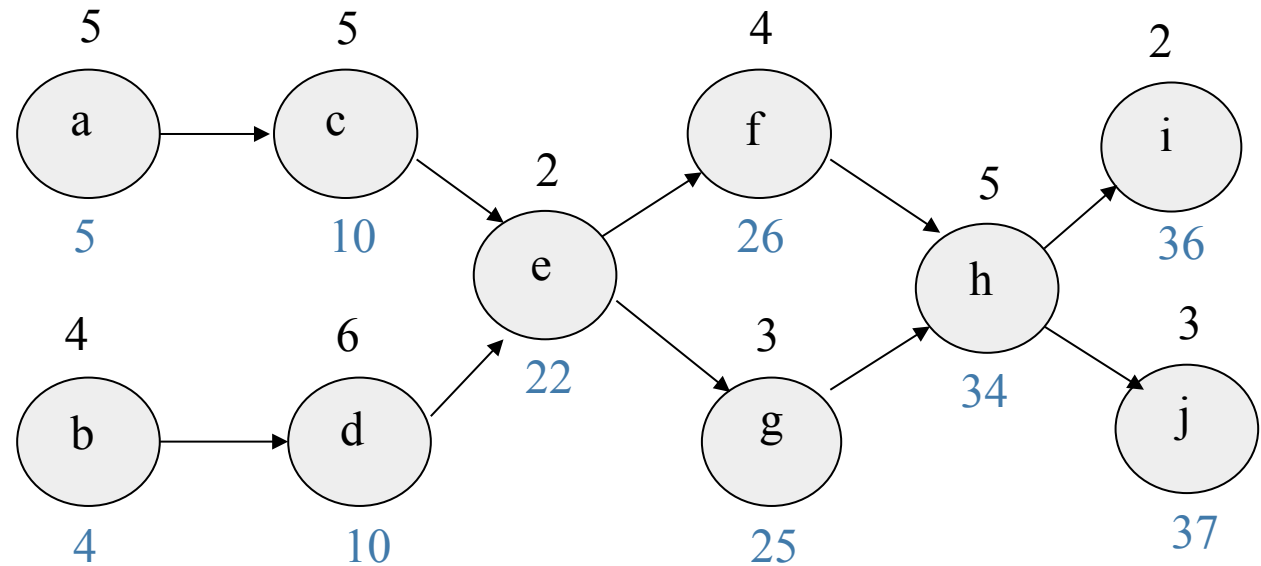
Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10) · Inverso

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in P$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j))$. Sea $\rho = 4$.

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h
		39

Grafo valoración inversa:

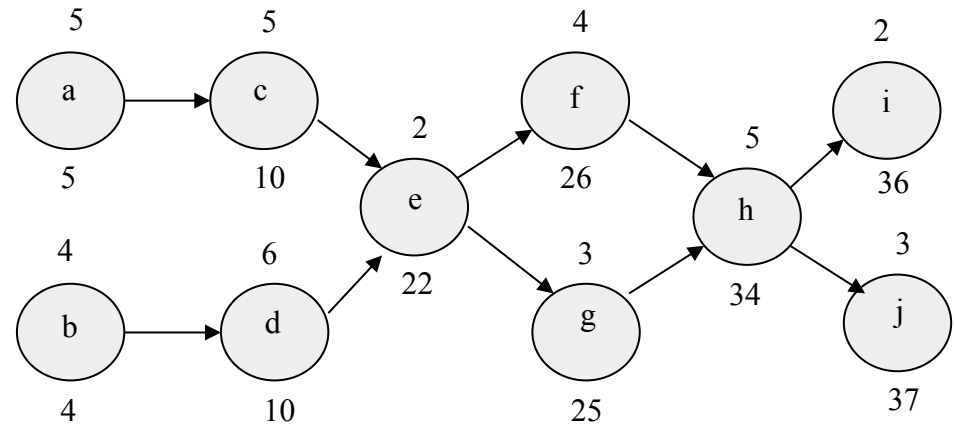


Ejemplo 1. Resolución HB-1 (5)

Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-1 (c=10) · Inverso

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{ regla (carga transitiva pendiente - Helgeson\&Birnie) - Inverso}$$

k	T	\hat{J}	j_4^*	v_4^*	t_{j^*}	I_{sum}
1	10	i, j	j	37	3	0
	7	i	i	-	2	
	5	h	h	-	5	
	0	-	-	-	-	
2	10	f, g	f	26	4	1
	6	g	g	-	3	
	3	e	e	-	2	
	1	-	-	-	-	
3	10	c, d	c	10	5	1
	5	a	a	-	5	
	0	-	-	-	-	
4	10	d	d	-	6	1
	4	b	b	-	4	
	0	*	-	-	-	



$$c = 10 \Rightarrow m = 4$$

$$m_{\min}(c) = \left\lceil \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j \right\rceil; \quad m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{39}{10} \right\rceil = 4$$

$$\eta_{\max}(c) = \frac{1}{m_{\min} c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \quad \eta_{\max}(10) = \frac{39}{40} = 0.975$$

$$\eta(m, c) = \frac{1}{m c} \sum_{j=1}^{|J|} t_j; \quad \eta(4, 10) = \frac{39}{40} = 0.975$$



Modelo SALBP-2. Programa matemático

SALBP-2 · Formulación:

$$\text{PM-SALBP-2: } \text{Min } z_2 = c \quad (0)$$

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (1)$$

$$c - \sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k(x_{j,k} - x_{i,k}) \geq 0 \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : i \in P_j \quad (3)$$

$$x_{j,k} \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (4)$$



Modelo SALBP-2. Resolución orientación tareas · Bisección (1)

SALBP-2 · Resolución Heurística HB-3 · Bisección asistida por HB-1:

Paso – 0 : Inicialización

fijar $(m_{\max} : 1 < m_{\max} < |J|, \vec{\rho} \in P^{|J|}, \mu = 0.5)$;

$$c_1 = \max \left(t_{\max}, \left\lceil \frac{t_{sum}}{m_{\max}} \right\rceil \right);$$

$(m_1, S_k (k = 1, \dots, m_1)) \leftarrow \text{HB}_1(c_1, \vec{\rho});$

$$c_2 = t_{sum}; m_2 = 1$$

Paso – 1 : Test inicial

si $m_1 \leq m_{\max}$, *hacer* :

$c = c_1; m = m_1; \mathfrak{S} = \{S_k (k = 1, \dots, m)\};$ *Ir a Paso – 3 (finalizar).*

si _no, continuar.



Modelo SALBP-2. Resolución orientación tareas · Bisección (2)

SALBP-2 · Resolución Heurística HB-3 · Bisección asistida por HB-1 (Continuación):

Paso – 2 : Reducción del rango del ciclo

mientras $(c_2 - c_1) \geq 1$, *hacer* :

$$c' = c_1 + \mu(c_2 - c_1);$$

$$(m', S_k (k = 1, \dots, m')) \leftarrow \text{HB_1}(c', \bar{\rho})$$

si $m' > m_{\max}$, *hacer* :

$$c_1 = c'$$

si _no, *hacer* :

$$c_2 = c'; c = \lfloor c_2 \rfloor; m = m'; \mathcal{S} = \{S_k (k = 1, \dots, m)\}$$

fin _mientras

Paso – 3 : Finalización

mostrar resultados : $c, m, \{S_k (k = 1, \dots, m)\}$; *finalizar*.



Ejemplo 1. Resolución HB-3 (1)

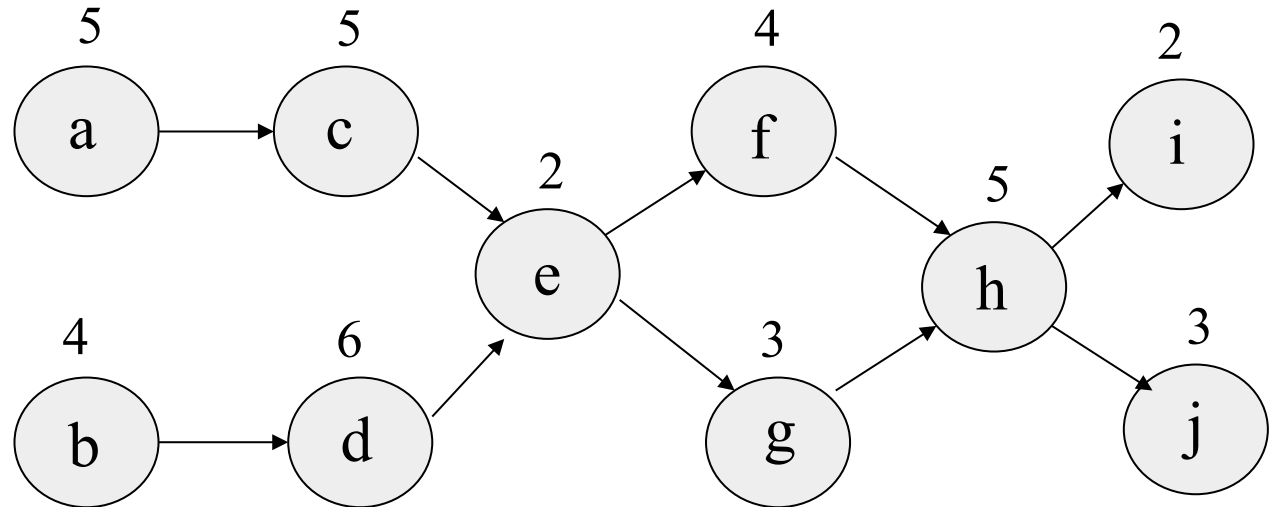
Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-3 (m=3)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in P$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j))$. Sea $\rho = 4$.

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h

39



Ciclo tentativo: 13. Bisección c1=10 y c2=14



Modelo SALBP-2. Resolución orientación tareas · Áurea (1)

SALBP-2 · Resolución Heurística HB-4 · Áurea asistida por HB-1:

Paso – 0 : Inicialización

$$\text{fijar } \left(m_{\max} (1 < m_{\max} < |J|), \vec{\rho} \in P^{|J|}, \varphi = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}) \right); c_1 = \max \left(t_{\max}, \left\lceil \frac{t_{\text{sum}}}{m_{\max}} \right\rceil \right);$$
$$(m_1, \mathfrak{S}_1 = \{S_k (k = 1, \dots, m_1)\}) \leftarrow \text{HB_1}(c_1, \vec{\rho}); c_2 = t_{\text{sum}}; m_2 = 1; \mathfrak{S}_2 = \{J\}$$

Paso – 1 : Test inicial

si $m_1 \leq m_{\max}$, hacer :

$c = c_1; m = m_1; \mathfrak{S} = \mathfrak{S}_1$; Ir a Paso – 4 (finalizar).

si _no, hacer :

$c = c_2; m = m_2; \mathfrak{S} = \mathfrak{S}_2$; continuar.

Paso – 2 : Segmentación inicial

$$c'_1 = c_2 - (\varphi - 1)(c_2 - c_1); c'_2 = c_1 + (\varphi - 1)(c_2 - c_1);$$

$$(m'_1, \mathfrak{S}_1) \leftarrow \text{HB_1}(c'_1, \vec{\rho}); (m'_2, \mathfrak{S}_2) \leftarrow \text{HB_1}(c'_2, \vec{\rho})$$



Modelo SALBP-2. Resolución orientación tareas · Áurea (2)

SALBP-2 · Resolución Heurística HB-4 · Áurea asistida por HB-1 (Continuación):

Paso – 3 : Reducción del rango del ciclo

mientras $(c_2 - c_1) \geq 1$, *hacer* :

si $m'_1 > m_{\max}$, *hacer* :

$$c_1 = c'_1; c'_1 = c'_2; c'_2 = c_1 + (\varphi - 1)(c_2 - c_1);$$

$$m'_1 = m'_2; \mathfrak{S}_1 = \mathfrak{S}_2; (m'_2, \mathfrak{S}_2) \leftarrow \text{HB_1}(c'_2, \vec{\rho})$$

si _no, *hacer* :

$$c_2 = c'_1; c'_2 = c_1 + (\varphi - 1)(c_2 - c_1); c'_1 = c_2 - (\varphi - 1)(c_2 - c_1);$$

$$c = \lfloor c_2 \rfloor; m = m'_1; \mathfrak{S} = \mathfrak{S}_1;$$

$$(m'_1, \mathfrak{S}_1) \leftarrow \text{HB_1}(c'_1, \vec{\rho}); (m'_2, \mathfrak{S}_2) \leftarrow \text{HB_1}(c'_2, \vec{\rho})$$

fin _mientras

Paso – 4 : Finalización:

mostrar resultados : c, m, \mathfrak{S}; finalizar.



Ejemplo 1. Resolución HB-4 (1)

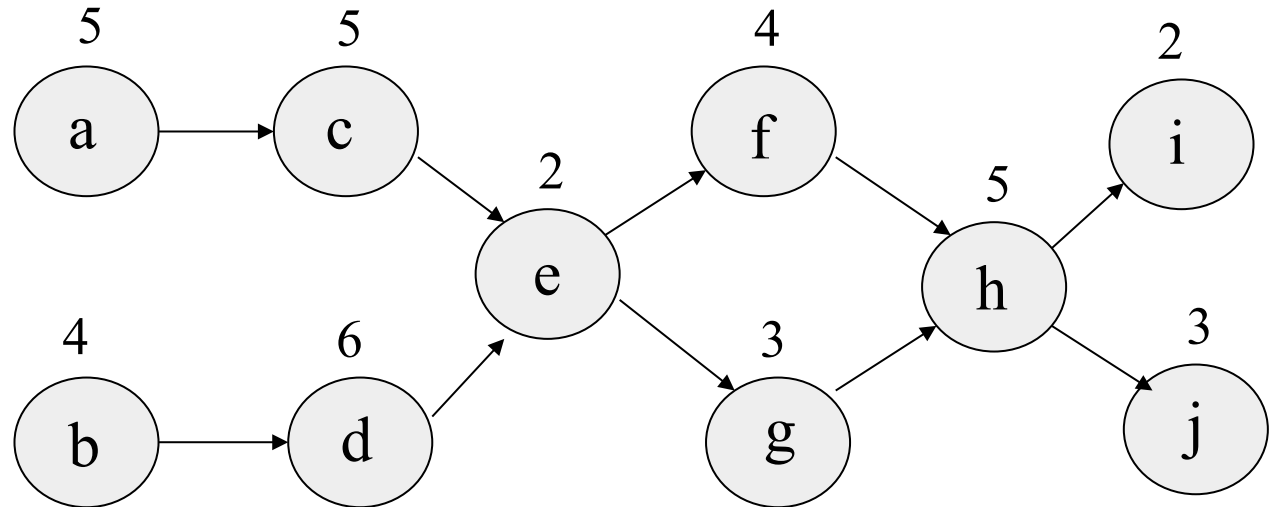
Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-4 (m=3)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in P$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j))$. Sea $\rho = 4$.

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h

39



Ciclo tentativo: 13. Bisección c1=10 y c2=14



Modelo SALBP-E. Programa matemático

SALBP-E · Formulación:

$$\text{PM-SALBP-E: } \text{Min } z_3 = m \times c \quad (0)$$

s.a.:

$$m \geq m_{\min} \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (2)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (3)$$

$$c - \sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k(x_{j,k} - x_{i,k}) \geq 0 \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : i \in P_j \quad (5)$$

$$x_{j,k} \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (6)$$



Modelo SALBP-E. Resolución orientación tareas · Barrido (1)

SALBP-E · Resolución Heurística HB-5 · Barrido de m asistido por HB-3:

Paso – 0 : Inicialización

$$\begin{aligned} & \text{fijar } (m_{\min}, m_{\max} (1 < m_{\min} \leq m_{\max} < |J|), \vec{\rho} \in \mathbf{P}^{|J|}); \\ & (c_{\min}, \mathfrak{S}_{\max} = \{S_k (k = 1, \dots, m_{\max})\}) \leftarrow \text{HB_3}(m_{\max}, \vec{\rho}); \\ & (c_{\max}, \mathfrak{S}_{\min} = \{S'_k (k = 1, \dots, m_{\min})\}) \leftarrow \text{HB_3}(m_{\min}, \vec{\rho}) \end{aligned}$$

Paso – 1 : Test inicial de mínimo

si $c_{\min} m_{\max} \leq c_{\max} m_{\min}$, hacer :

$$z = c_{\min} m_{\max}; c = c_{\min}; m = m_{\max}; \mathfrak{S} = \mathfrak{S}_{\max}$$

si _no, hacer :

$$z = c_{\max} m_{\min}; c = c_{\max}; m = m_{\min}; \mathfrak{S} = \mathfrak{S}_{\min}$$

fin _si



Modelo SALBP-E. Resolución orientación tareas · Barrido (2)

SALBP-E · Resolución Heurística HB-5 · Barrido de m asistido por HB-3 (Cont.):

Paso – 2 :Barrido sobre el número de estaciones

$$m' = m_{\min} + 1$$

mientras $m' < m_{\max}$, hacer :

$$(c', S_k (k = 1, \dots, m')) \leftarrow \text{HB_3}(m', \vec{\rho})$$

si $m'c' \leq z$, hacer :

$$z = m'c'; c = c'; m = m'; \mathfrak{S} = \{S_k (k = 1, \dots, m')\}$$

fin_si

$$m' \leftarrow m' + 1$$

fin_mientras

Paso – 3 :Finalización

mostrar resultados : z, c, m, \mathfrak{S} ; finalizar.



Ejemplo 1. Resolución HB-5 (1)

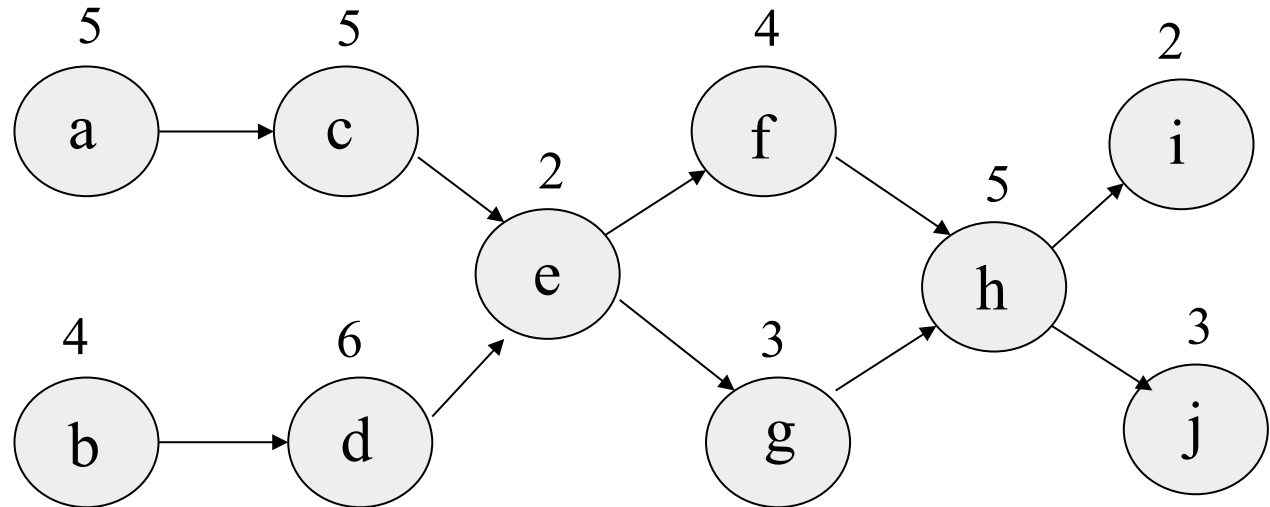
Ejemplo 1: Línea de producción 10 tareas · Resolución HB-5 ($m =: [2, 10]$)

Dados $\hat{J} \subseteq \bar{J}$ y una regla $\rho \in P$: Seleccionar $j_\rho^* : j_\rho^* = \operatorname{argmax}_{j \in \hat{J}} (v_\rho(j))$. Sea $\rho = 4$.

$$4. v_4(j) = t_j + \sum_{j' \in F_j^*} t_{j'} \quad \forall j \in J; \text{regla (carga transitiva pendiente - Helgeson \& Birnie)}$$

Tarea	Tiempo	Prec.
(1) a	5	-
(2) b	4	-
(3) c	5	a
(4) d	6	b
(5) e	2	c, d
(6) f	4	e
(7) g	3	e
(8) h	5	f, g
(9) i	2	h
(10) j	3	h

39



Barrido: $m_{\min} = 2$ y $m_{\max} = 10$



Modelo SALBP-F. Programa matemático

SALBP-F · Formulación:

PM-SALBP-F: Satisfacer restricciones (1)-(4)

Restricciones:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} k(x_{j,k} - x_{i,k}) \geq 0 \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : i \in P_j \quad (3)$$

$$x_{j,k} \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (4)$$



GALBP · Restricciones adicionales

GALBP · Incompatibilidad entre tareas:

Sea \aleph el conjunto de pares de tareas incompatibles (sin transitividad):

$$\aleph = \left\{ (j, j') \in J^2 : (j \in S_k) \wedge (j' \in S'_k) \Rightarrow k \neq k', \forall k, k' = 1, \dots, m_{\max} \right\}$$

add :

$$\left| \sum_{k=1}^{m_{\max}} k (x_{j,k} - x_{j',k}) \right| \geq 1 \quad \forall (j, j') \in \aleph \quad (1)$$

Selectividad entre tareas (ILU-NISSAN) de una misma familia

Sea Λ_j la familia de tareas alternativas a la representante (estándar) j :

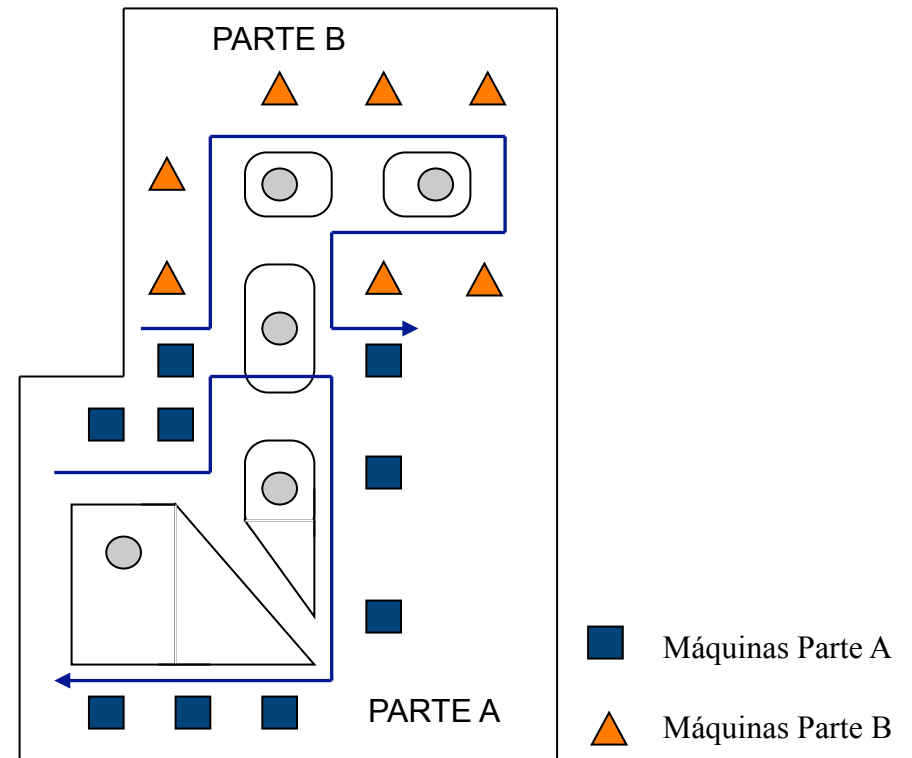
$$\forall j \in J : |\Lambda_j| > 1 \text{ Hacer: } \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ Rectificar: } t_j x_{j,k} \leftarrow \sum_{\lambda_j \in \Lambda_j} t_{\lambda_j} x_{\lambda_j,k} \quad (k = 1, \dots, m_{\max}) \\ 2. \text{ Añadir: } \sum_{\lambda_j \in \Lambda_j} x_{\lambda_j,k} = x_{j,k} \quad (k = 1, \dots, m_{\max}) \end{array} \right\}$$



GALBP · Líneas en forma de U

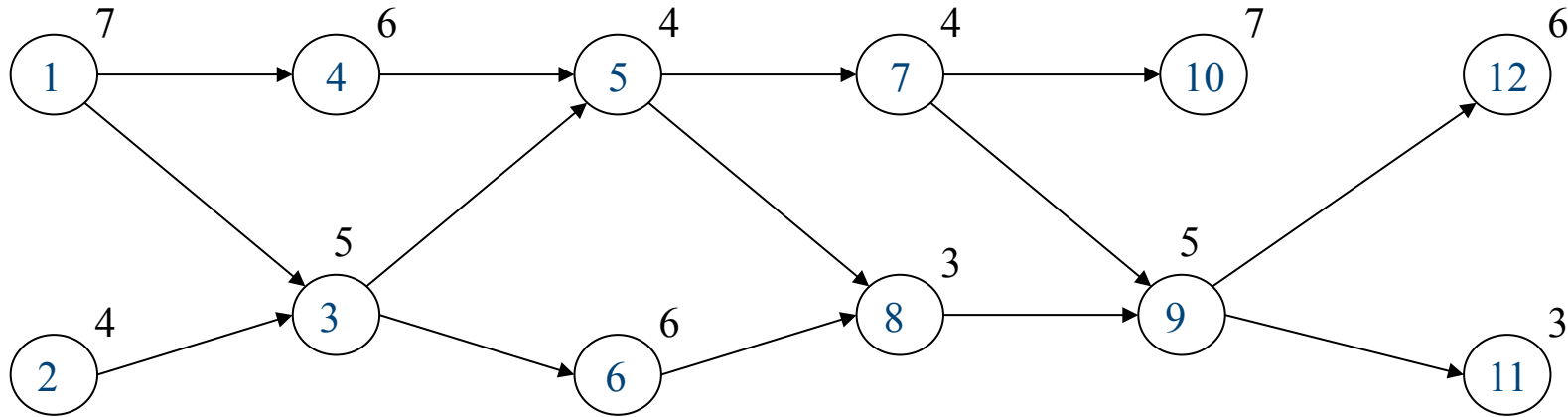
Líneas en U · Características:

(1) Cercanía entre los puntos de entrada y de salida de WIP de la línea. (2) Posibilidad de hacer estaciones abiertas. (3) Posibilidad de concentrar los requerimientos de espacio y de reducir movimientos. (4) Comodidad en la reorganización ante cambios del tiempo de ciclo.



Ejemplo 2. Líneas en U · Presentación

Ejemplo 2: Línea de producción 12 tareas · Forma de U



$c = 10$:

$$t_{sum} = 60, m_{\min}(10) = \left\lceil \frac{60}{10} \right\rceil = 6, \eta_{\max}(10) = \frac{60}{6 \times 10} = 1.00, \eta(6,10) = \frac{60}{6 \times 10} = 1.00$$

Determinar los límites del tiempo de ciclo c ; el número mínimo de estaciones m_{\min} y la eficiencia máxima de la línea para los ciclos 10, 12 y 20 *ut*.



Modelos GALBP-U. Formulaci3n

Nomenclatura:

Par3metros:

- J, j Conjunto de tareas elementales · 3ndice de tarea $j \in J (j = 1, \dots, |J|)$
- K, k Conjunto de estaciones de trabajo · 3ndice de estaci3n de trabajo $k \in K (k = 1, \dots, |K|)$
- t_j Tiempo de proceso de la tarea $j : (j = 1, \dots, |J|)$
- P_j, P_j^* Conjuntos de tareas precedentes de $j : (j = 1, \dots, |J|)$ inmediatas y transitivas.
- F_j, F_j^* Conjuntos de tareas siguientes de $j : (j = 1, \dots, |J|)$ inmediatas y transitivas.
- c_{\min} Tiempo de ciclo m3nimo · valor inverso de la tasa de producci3n m3xima
- c_{\max} Tiempo de ciclo m3ximo · valor inverso de la tasa de producci3n m3nima
- m_{\min} N3mero m3nimo de estaciones de trabajo condicionado por la tasa de demanda
- m_{\max} N3mero m3ximo de estaciones de trabajo condicionado por la disponibilidad de recursos

Variables:

- c, m Tiempo de ciclo de la l3nea · N3mero de estaciones de trabajo requeridas por la l3nea
- $x_{j,k}$ Variable binaria que vale 1 si la tarea $j \in J$ se asigna a la estaci3n $k \in K$, y 0 en caso contrario.
- m_j, y_j Estaci3n a la que se asigna la tarea $j \in J$ ·
- y_j Variable binaria auxiliar de asignaci3n de los conjuntos P_j y F_j en funci3n de m_j



Modelo GALBP-U1. Programa matemático

GALBP-U1 · Formulación:

$$\text{PM-GALBP-U1:} \quad \text{Min } z_1 = m \quad (0)$$

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (1)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} = m_j \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (4)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max}(1 - y_j) \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in P_j^*) \quad (5)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max}(1 - y_j) \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in F_j^*) \quad (6)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max}y_j \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in P_j^*) \quad (7)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max}y_j \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in F_j^*) \quad (8)$$

$$x_{j,k}, y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (9)$$



Modelo GALBP-U1. Resolución orientación tareas (1)

GALBP-U1 · Resolución Heurística HB-6 · Regla 1: argmax(t_j)

Paso – 0 : Inicialización

$I_{sum} = 0; k = 1; S_k = \emptyset; T = c$ (T : tiempo disponible);

$\bar{J} = J$ (\bar{J} : conjunto de tareas no asignadas).

Paso – 1: Construcción del conjunto de tareas candidatas a asignar ($\hat{J} \subseteq \bar{J}$)

sea : $\hat{J} = \left\{ j \in \bar{J} : (t_j \leq T) \wedge \left((P_j^* \subseteq J - \bar{J}) \vee (F_j^* \subseteq J - \bar{J}) \right) \right\}$

Paso – 2: Test de cierre y apertura de estación

si $|\hat{J}| = 0$ (cierre), *hacer*:

$I_{sum} \leftarrow I_{sum} + T; T = c; k \leftarrow k + 1; S_k = \emptyset; Ir a Paso - 1.$

si _no, continuar.



Modelo GALBP-U1. Resolución orientación tareas (2)

GALBP-U1 · Resolución Heurística HB-6 · Regla 1: argmax(t_j) (Continuación):

Paso – 3: Elección de la tarea asignar

$$j_{\rho}^* = \left\{ \begin{array}{l} j', \text{ si } \exists j' \in \hat{J} : (t_{j'} = T) \\ \arg \max_{j \in \hat{J}} (v_1(j) = t_j), \text{ si_no} \end{array} \right\}$$

*Paso – 4: Asignación de j_{ρ}^**

$$\text{hacer : } T \leftarrow T - t_{j_{\rho}^*}; S_k \leftarrow S_k \cup \{j_{\rho}^*\}; \bar{J} \leftarrow \bar{J} - \{j_{\rho}^*\}$$

Paso – 5: Test de finalización (todas las tareas asignadas)

si $|\bar{J}| = 0$, hacer :

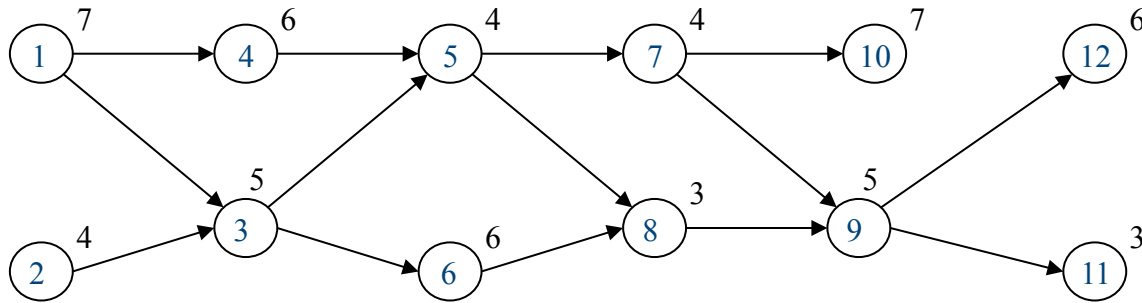
$m = k$; mostrar resultados : S_k ($k = 1, \dots, m$); finalizar.

si_no, Ir a Paso – 1.



Ejemplo 2. Resolución HB-6

Ejemplo 2: Línea de producción forma U 12 tareas · GALBP-UI · HB-6 ($c=10$)

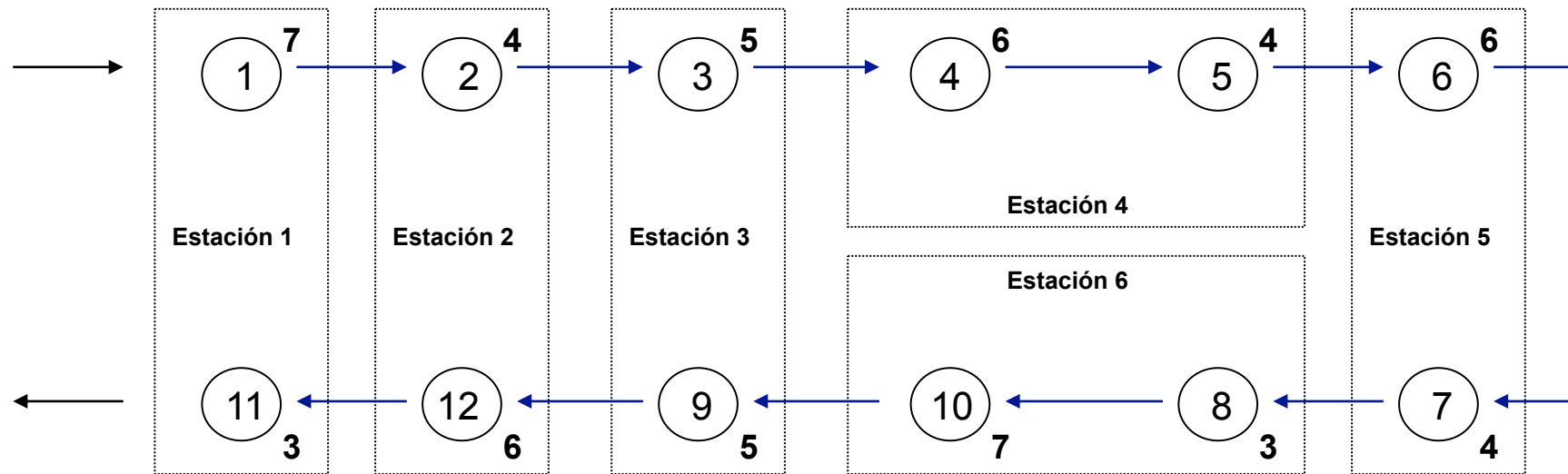


$$c = 10 \Rightarrow m = 6$$

$$t_{sum} = 60$$

$$\eta(6,10) = \frac{60}{6 \times 10} = 1.00$$

$$I_{sum} = 0$$



Modelo GALBP-U2. Programa matemático

GALBP-U2 · Formulación:

$$\text{PM-GALBP-U2:} \quad \text{Min } z_2 = c \quad (0)$$

s.a.:

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (1)$$

$$c - \sum_{k=1}^{m_{\max}} t_j x_{j,k} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} = m_j \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (3)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max} (1 - y_j) \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in P_j^*) \quad (4)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max} (1 - y_j) \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in F_j^*) \quad (5)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max} y_j \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in P_j^*) \quad (6)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max} y_j \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in F_j^*) \quad (7)$$

$$x_{j,k}, y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (8)$$



Modelo GALBP-UE. Programa matemático

GALBP-UE · Formulación:

$$\text{PM-GALBP-UE: } \quad \text{Min } z_E = m \times c \quad (0)$$

s.a.:

$$m \geq m_{\min} \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (2)$$

$$m - \sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (3)$$

$$c - \sum_{k=1}^{m_{\max}} t_j x_{j,k} \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} = m_j \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (5)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max} (1 - y_j) \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in P_j^*) \quad (6)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max} (1 - y_j) \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in F_j^*) \quad (7)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max} y_j \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in P_j^*) \quad (8)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max} y_j \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in F_j^*) \quad (9)$$

$$x_{j,k}, y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (10)$$



Modelo GALBP-UF. Programa matemático

GALBP-UF · Formulación:

PM-GALBP-UF: Satisfacer (1) - (8)

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} x_{j,k} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{|J|} t_j x_{j,k} \leq c_{\max} \quad \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\max}} kx_{j,k} = m_j \quad \forall j = 1, \dots, |J| \quad (3)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max} (1 - y_j) \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in P_j^*) \quad (4)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max} (1 - y_j) \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in F_j^*) \quad (5)$$

$$m_j - m_i \leq m_{\max} y_j \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in P_j^*) \quad (6)$$

$$m_i - m_j \leq m_{\max} y_j \quad \forall \{i, j\} \subseteq J : (i \in F_j^*) \quad (7)$$

$$x_{j,k}, y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j = 1, \dots, |J|, \forall k = 1, \dots, m_{\max} \quad (8)$$



Procedimientos de resolución problemas ALB

Procedimientos Exactos:

Programación matemática · Programación dinámica

Procedimientos heurísticos:

- *Metaheurísticos - híbridos*
- *computación evolutiva*
- *algoritmos genéticos*
- *algoritmos meméticos*
- *algoritmos bioinspirados*
- *colonias de hormigas*
- *algoritmos basados en colonias/ enjambres*
- *sistemas inmunes*
- *computación natural*
- *búsqueda tabú*
- *búsqueda dispersa*
- *enfriamiento simulado*
- *GRASP*
- *búsqueda basada en entornos*
- *búsqueda local iterada*
- *búsqueda por vecindarios*
- *otros.*

